

Vecteurs du plan : cours de maths 2de à télécharger en PDF



Le livre de cours de maths 2de

Tout le programme en un seul PDF de 99 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

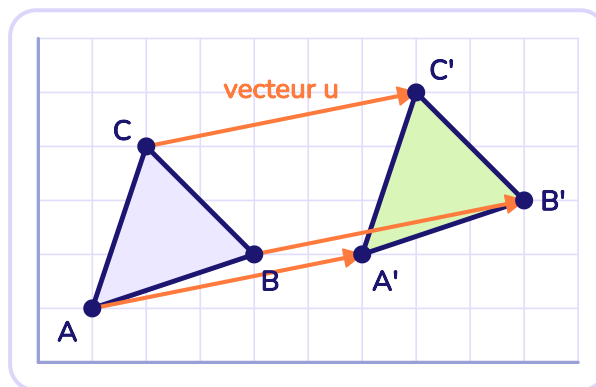
[Voir le livre](#)

Une tortue marine quitte son île et nage pendant des jours : pour décrire son voyage, dire « 40 km » ne suffit pas, il faut aussi préciser **dans quelle direction** et **dans quel sens** elle avance. Les vecteurs sont l'outil des mathématiciens pour rassembler ces trois informations en un seul objet. Dans ce chapitre, tu vas apprendre à les construire, à les additionner, à les multiplier par un nombre, puis à t'en servir pour démontrer que des droites sont parallèles, que des points sont alignés ou qu'un quadrilatère est un parallélogramme.

1. Translation et vecteur

D Translation

Soit A et B deux points. La **translation qui transforme A en B** associe à chaque point M l'unique point N tel que $ABNM$ soit un parallélogramme (éventuellement aplati). On dit que tous les points glissent **de la même façon** : même direction, même sens, même longueur de déplacement.



D Vecteur

Le déplacement qui amène A en B est représenté par le vecteur $\overrightarrow{AB}$. Il est caractérisé par trois informations :

- sa **direction** : celle de la droite (AB) ;
- son **sens** : de A vers B ;
- sa **norme**, notée $\|\overrightarrow{AB}\|$: c'est la longueur AB .

Quand $A = B$, on obtient le **vecteur nul**, noté $\vec{0}$, de norme 0 .

Un même vecteur peut se dessiner à plusieurs endroits du plan : sur la figure, les trois flèches orange représentent le même vecteur $\vec{u}$. On peut donc aussi nommer un vecteur par une seule

lettre, comme $\vec{u}$, sans préciser où il est tracé.



Astuce de Zyro

Sur ma planète, on lit toujours un vecteur comme un ordre de voyage : « pars de la première lettre et arrive à la seconde ». $\overrightarrow{AB}$ va de **A** vers **B**, et $\overrightarrow{BA}$ fait le chemin inverse !

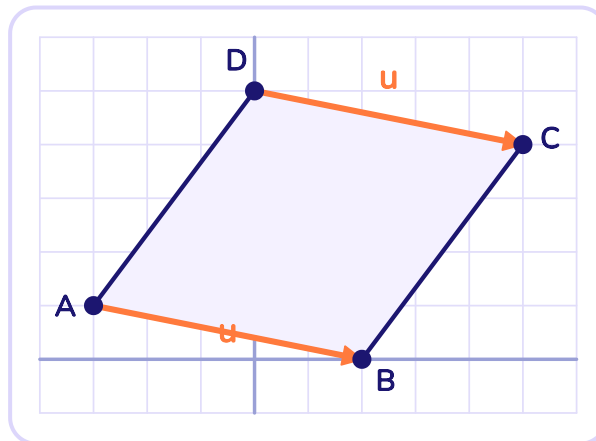
2. Égalité de vecteurs et coordonnées



Égalité de deux vecteurs

Deux vecteurs sont égaux lorsqu'ils ont la même direction, le même sens et la même norme. Pour quatre points **A**, **B**, **C**, **D** :

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \iff ABDC \text{ est un parallélogramme (éventuellement aplati).}$$



Dans un repère, chaque vecteur a des **coordonnées**. Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$, alors

$$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A).$$

Deux vecteurs sont égaux si et seulement si leurs coordonnées sont égales. Dans un repère

orthonormé, la norme se calcule avec le théorème de Pythagore : si $\vec{u}(x; y)$, alors $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

E Exemple 1

Soit $A(-2; 1)$ et $B(3; 4)$. Alors $\overrightarrow{AB}(3 - (-2); 4 - 1) = (5; 3)$,
et $AB = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}$.

E Exemple 2

Soit $A(-3; 1)$, $B(2; 0)$, $C(5; 4)$. On cherche D tel que $ABCD$ soit un
parallélogramme, c'est-à-dire $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

$\overrightarrow{AB}(5; -1)$ et $\overrightarrow{DC}(5 - x_D; 4 - y_D)$. On doit
avoir $5 - x_D = 5$ et $4 - y_D = -1$, donc $D(0; 5)$.

3. Somme de vecteurs et relation de Chasles

D Somme de deux vecteurs

La somme $\vec{u} + \vec{v}$ est le vecteur associé au déplacement « d'abord $\vec{u}$, puis $\vec{v}$ ». Pour la
construire, on place $\vec{v}$ à la suite de $\vec{u}$.

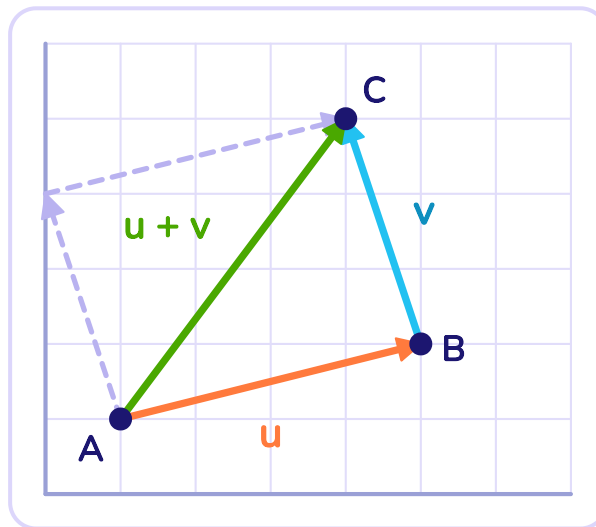
P

Relation de Chasles

Pour tous points A, B, C :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}.$$

Le vecteur opposé de $\overrightarrow{AB}$ est $\overrightarrow{BA}$: on écrit $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$. En particulier $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$.



Si $ABCD$ est un parallélogramme, la **règle du parallélogramme** donne $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. En coordonnées, on additionne composante par composante : $\vec{u}(x; y) + \vec{v}(x'; y') = (x + x'; y + y')$.

M

Méthode : simplifier une somme de vecteurs

1. Repère les vecteurs dont l'extrémité de l'un est l'origine du suivant.
2. Remplace-les par un seul vecteur grâce à la relation de Chasles.
3. Si une lettre est « à l'envers », utilise l'opposé : $\overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{BC}$.

E**Exemple 3**

Simplifie $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$. On réordonne : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$.

Avec $\vec{u}(3; -2)$ et $\vec{v}(-1; 5)$: $\vec{u} + \vec{v} = (2; 3)$.

4. Multiplication d'un vecteur par un réel**D****Produit $k\vec{u}$**

Soit $\vec{u}$ un vecteur non nul et k un réel. Le vecteur $k\vec{u}$ a la même direction que $\vec{u}$; il a le même sens si $k > 0$, le sens contraire si $k < 0$; sa norme est $|k| \times \|\vec{u}\|$. Si $k = 0$ ou si $\vec{u} = \vec{0}$, alors $k\vec{u} = \vec{0}$.

En coordonnées : si $\vec{u}(x; y)$, alors $k\vec{u}(kx; ky)$. Les règles de calcul habituelles s'appliquent : $k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$ et $(k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$.

E**Exemple 4**

Avec $\vec{u}(3; -2)$ et $\vec{v}(-1; 5)$: $2\vec{u} - 3\vec{v} = (6; -4) - (-3; 15) = (9; -19)$.

A**Attention**

La norme de $k\vec{u}$ vaut $|k| \|\vec{u}\|$, avec une valeur absolue : $\| -3\vec{u} \| = 3\|\vec{u}\|$, jamais $-3\|\vec{u}\|$, car une norme n'est jamais négative.

5. Colinéarité

D Vecteurs colinéaires

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires** si l'un est nul ou s'ils ont la même direction, c'est-à-dire s'il existe un réel k tel que $\vec{v} = k\vec{u}$ (ou $\vec{u} = k\vec{v}$).

P Critère de colinéarité

Dans un repère, $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$ sont colinéaires si et seulement si

$$xy' - x'y = 0.$$

Le nombre $xy' - x'y$ s'appelle le **déterminant** de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

E Exemple 5

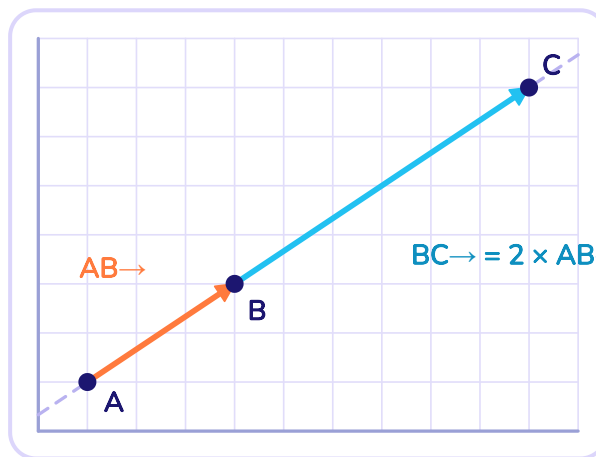
Les vecteurs $\vec{u}(6; -4)$ et $\vec{v}(-9; 6)$: $6 \times 6 - (-9) \times (-4) = 36 - 36 = 0$, donc ils sont colinéaires, et $\vec{v} = -\frac{3}{2}\vec{u}$. En revanche $\vec{u}(2; 5)$ et $\vec{w}(3; 7)$ ne le sont pas : $2 \times 7 - 3 \times 5 = -1 \neq 0$.

6. Parallélisme et alignement

P

Deux caractérisations

- Les droites (AB) et (CD) sont **parallèles** si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.
- Les points A, B, C sont **alignés** si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.



M

Méthode : prouver un alignement

- Calcule les coordonnées de deux vecteurs ayant un point commun, par exemple $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
- Calcule leur déterminant.
- S'il vaut **0**, les points sont alignés ; sinon ils ne le sont pas.

E**Exemple 6**

$A(1; 1)$, $B(4; 3)$, $C(10; 7)$. On a $\overrightarrow{AB} (3; 2)$ et $\overrightarrow{AC} (9; 6)$, donc $3 \times 6 - 9 \times 2 = 0$: les points A, B, C sont alignés.

**Attention**

Deux vecteurs colinéaires donnent des droites parallèles, mais ces droites peuvent être **confondues**. Pour affirmer qu'elles sont strictement parallèles, vérifie qu'un point de l'une n'appartient pas à l'autre.

7. Milieu d'un segment et parallélogramme

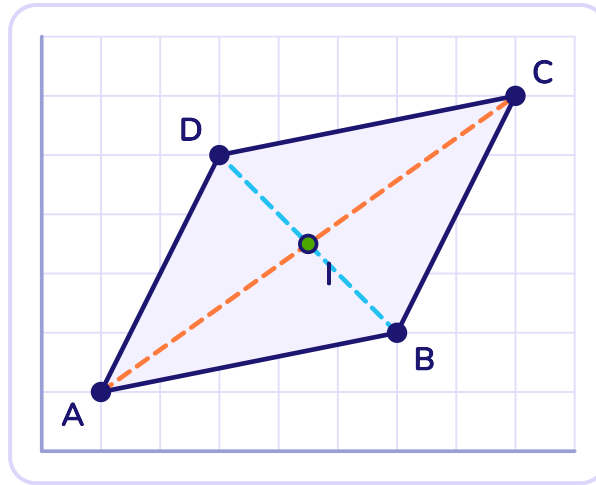
P**Milieu**

Le point I est le milieu de $[AB]$ si et seulement si $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$, ce qui équivaut à $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$.
Ses coordonnées sont

$$I \left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2} \right).$$

P**Parallélogramme**

Les propriétés suivantes sont équivalentes : $ABCD$ est un parallélogramme ;
 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$; les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu, c'est-à-dire $x_A + x_C = x_B + x_D$ et $y_A + y_C = y_B + y_D$.



E Exemple 7

Pour $A(1; 1)$, $B(6; 2)$, $C(8; 6)$, $D(3; 5)$: $\overrightarrow{AB} (5; 1)$ et $\overrightarrow{DC} (5; 1)$, donc $ABCD$ est un parallélogramme. Le milieu de $[AC]$ est $I \left(\frac{9}{2}; \frac{7}{2} \right)$, et c'est aussi celui de $[BD]$.

À retenir

- Un vecteur est défini par une direction, un sens et une norme ; $\overrightarrow{AB} (x_B - x_A; y_B - y_A)$.
- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ équivaut à : $ABDC$ est un parallélogramme.
- Chasles : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$; l'opposé de $\overrightarrow{AB}$ est $\overrightarrow{BA}$.
- $k\vec{u} (kx; ky)$ et $\|k\vec{u}\| = |k| \|\vec{u}\|$.
- $\vec{u}$ et $\vec{v}$ colinéaires $\iff xy' - x'y = 0$.
- $(AB) \parallel (CD)$ équivaut à $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ colinéaires ; A, B, C alignés équivaut à $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ colinéaires.
- I milieu de $[AB]$ équivaut à $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$; $ABCD$ parallélogramme équivaut à $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

Le livre de cours de maths 2de

Tout le programme en un seul PDF de 99 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

Zyro te conseille la suite

Exercices de maths

Vecteurs du plan : exercices de maths 2de

Contrôles de maths

Vecteurs du plan : contrôle de maths 2de

QCM de maths

Vecteurs du plan : QCM de maths 2de

Exercices de maths

Géométrie repérée : exercices de maths 2de

 Exercices de maths

Droites et systèmes linéaires : exercices
de maths 2de

 Contrôles de maths

Géométrie repérée : contrôle de maths
2de

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage