

Variations et extremums : exercices corrigés de maths 2de à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths 2de

Tout le programme en un seul PDF de 155 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigés rédigés des exercices du chapitre. Vérifie chaque étape, puis corrige-toi.

1 Lire un tableau de variations



- a. Vrai : entre -3 et 0 , la flèche monte de 2 à 6 .
- b. Vrai : 6 est atteint en $x = 0$ et toutes les autres valeurs du tableau sont plus petites.
- c. Vrai : 1 et 4 sont dans $[0 ; 5]$ où u est décroissante, et $1 < 4$, donc $u(1) > u(4)$, soit $u(4) < u(1)$.
- d. Faux : $u(5) = -1 < 2$. Le minimum est -1 , atteint en $x = 5$.

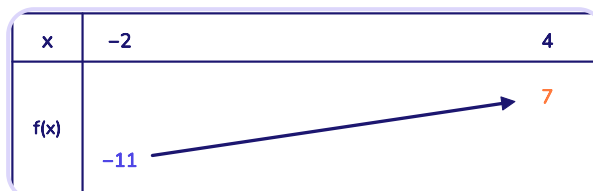
2 Une fonction affine croissante



a. C'est une fonction affine de coefficient $3 > 0$: elle est croissante sur $\mathbb{R}$, donc sur $[-2; 4]$.

b. $f(-2) = 3 \times (-2) - 5 = -11$ et $f(4) = 3 \times 4 - 5 = 7$.

c.

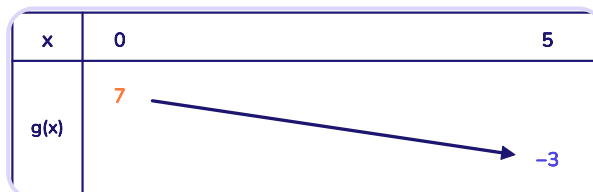


d. Le minimum est -11 , atteint en $x = -2$, et le maximum est 7 , atteint en $x = 4$.

3 Une fonction affine décroissante



a. Le coefficient -2 est négatif : g est décroissante. On a $g(0) = 7$ et $g(5) = -10 + 7 = -3$.



b. Le maximum est 7 , atteint en 0 ; le minimum est -3 , atteint en 5 .

c. g est décroissante et $1,2 < 3,4$, donc $g(1,2) > g(3,4)$. Vérification : $g(1,2) = 4,6$ et $g(3,4) = 0,2$.

4 Le carré : comparer sans calculatrice



a. $2,3$ et $2,7$ sont dans $[0; +\infty[$ où le carré est croissant, et $2,3 < 2,7$, donc $2,3^2 < 2,7^2$. Contrôle : $5,29 < 7,29$.

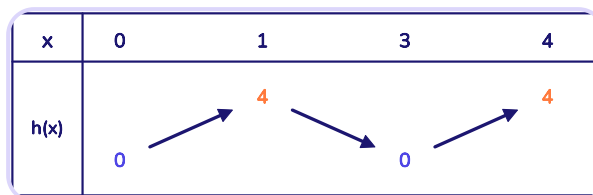
b. $-4,2$ et $-3,9$ sont dans $] -\infty; 0]$ où le carré est décroissant, et $-4,2 < -3,9$, donc $(-4,2)^2 > (-3,9)^2$. Contrôle : $17,64 > 15,21$.

c. $0,08 < 0,8$, tous deux positifs, donc $0,08^2 < 0,8^2$. Contrôle : $0,0064 < 0,64$.

5 Lecture graphique d'une courbe



- a. La courbe monte de $(0; 0)$ à $(1; 4)$, descend jusqu'à $(3; 0)$, puis remonte jusqu'à $(4; 4)$.



- b. Le maximum est **4**, atteint en $x = 1$ et en $x = 4$.
- c. Le minimum est **0**, atteint en $x = 0$ et en $x = 3$.
- d. $h(x) = 0$ pour $x = 0$ ou $x = 3$; $h(x) = 4$ pour $x = 1$ ou $x = 4$.

6 Les températures d'une journée de juillet



- a. Le minimum est **11 °C** à 6 h, le maximum est **29 °C** à 15 h.
- b. La température augmente entre 6 h et 15 h.
- c. $29 - 11 = 18$: l'écart est de **18 °C**.
- d. 8 et 12 sont dans $[6; 15]$ où T est croissante, et $8 < 12$, donc $T(8) < T(12)$.

7 Vrai ou faux ? Définitions



- a. Faux : la fonction $x \mapsto -x + 10$ sur $[0; 5]$ est positive mais décroissante.
- b. Faux : $g(x) = -2x + 7$ est décroissante et $g(1) = 5 > 0$.
- c. Vrai : le carré sur $[-1; 1]$ a pour maximum **1**, atteint en -1 et en **1**.
- d. Vrai : pour tout x de $[a; b]$, on a $a \leq x$, donc $f(a) \leq f(x)$ car f est croissante.

8

Comparer des images avec un tableau

★★★

- a. -4 et -2 sont dans $[-5; -1]$ où f décroît ; $-4 < -2$ donc $f(-4) > f(-2)$.
- b. 0 et 2 sont dans $[-1; 3]$ où f croît ; $0 < 2$ donc $f(0) < f(2)$.
- c. 5 et 7 sont dans $[3; 8]$ où f décroît ; $5 < 7$ donc $f(5) > f(7)$.
- d. -3 est dans $[-5; -1]$ et 1 dans $[-1; 3]$: ils ne sont pas dans un même intervalle de monotonie. On sait seulement que $f(-3)$ est entre -2 et 4 et $f(1)$ entre -2 et 7 : ces plages se chevauchent, on ne peut pas conclure.

9

Le lancer du ballon

★★★

- a. $h(0) = 0$ et $h(4) = -5 \times 16 + 80 = 0$: le ballon est au sol au départ et à l'arrivée.
- b. $20 - 5(t - 2)^2 = 20 - 5(t^2 - 4t + 4) = 20 - 5t^2 + 20t - 20 = -5t^2 + 20t$.
- c. Comme $(t - 2)^2 \geq 0$, on a $h(t) \leq 20$, avec égalité pour $t = 2$. Le maximum est 20 m, atteint à $t = 2$ s.
- d. h croît de 0 à 20 sur $[0; 2]$, puis décroît de 20 à 0 sur $[2; 4]$.

x	0	2	4
h(x)	0	20	0

- e. $20 - 5(t - 2)^2 = 15$ donne $(t - 2)^2 = 1$, soit $t - 2 = 1$ ou $t - 2 = -1$, donc $t = 3$ ou $t = 1$. Le ballon est à 15 m à 1 s et à 3 s.

10 Un minimum à justifier



- a. $f(-1) = 9 + 1 = 10$, $f(2) = 0 + 1 = 1$, $f(5) = 9 + 1 = 10$.
- b. Un carré est toujours positif ou nul, donc $(x - 2)^2 \geq 0$ et $f(x) \geq 1$. Comme $f(2) = 1$, le minimum est 1, atteint en $x = 2$.

c.

x	-1	2	5
f(x)	10	1	10

- d. 0,5 et 1,5 sont dans $[-1; 2]$ où f est décroissante, et $0,5 < 1,5$, donc $f(0,5) > f(1,5)$.

11 Tableaux de signes



- a. $-2x + 10 = 0$ pour $x = 5$. Le coefficient de x est négatif : $p(x) > 0$ si $x < 5$, $p(x) = 0$ si $x = 5$, $p(x) < 0$ si $x > 5$.
- b. $x + 2$ s'annule en -2 et $x - 5$ en 5 . On applique la règle des signes d'un produit :

x	$-\infty$	-2	5	$+\infty$	
q(x)	+	0	-	0	+

- c. $q(x) \geq 0$ pour $x \in]-\infty; -2] \cup [5; +\infty[$. Contrôle : $q(0) = -10 < 0$, cohérent avec le signe négatif entre -2 et 5 .

12 Inverse : attention aux intervalles



- a. **2** et **5** sont dans $]0; +\infty[$ et $2 < 5$, donc $\frac{1}{2} > \frac{1}{5}$.
- b. **-4** et **-2** sont dans $] -\infty; 0[$ et $-4 < -2$, donc $\frac{1}{-4} > \frac{1}{-2}$. Contrôle : $-0,25 > -0,5$.
- c. **-3** et **3** ne sont pas dans le même intervalle (l'un est négatif, l'autre positif) : on ne peut pas utiliser la décroissance. En fait $\frac{1}{-3} < 0 < \frac{1}{3}$, le résultat de l'élève est faux.

13 Nombre de solutions avec un tableau



- a. Sur $[-4; 0]$, **k** décroît de **3** à **-2** : elle prend la valeur **0** une fois. Sur $[0; 2]$, elle croît de **-2** à **1** : une fois. Sur $[2; 6]$, elle décroît de **1** à **-5** : une fois. Au total, **3** solutions.
- b. Sur $[-4; 0]$ et $[0; 2]$, les valeurs restent entre **-2** et **3** : pas de **-3**. Sur $[2; 6]$, **k** décroît de **1** à **-5** : une fois. Au total, **1** solution.
- c. Sur $[-4; 0]$, **k** décroît de **3** à **-2** : une fois. Sur $[0; 2]$ et $[2; 6]$, les valeurs sont au plus **1** : jamais. Au total, **1** solution.

14 Le bénéfice d'un atelier



- a. $B(0) = -40$, $B(6) = -72 + 144 - 40 = 32$, $B(12) = -288 + 288 - 40 = -40$.
- b. $32 - 2(x - 6)^2 = 32 - 2x^2 + 24x - 72 = -2x^2 + 24x - 40$.
- c. $(x - 6)^2 \geq 0$, donc $B(x) \leq 32$, avec égalité en $x = 6$. Le bénéfice maximal est **32** centaines d'euros, soit **3 200 €**, pour **600** objets vendus.
- d. $32 - 2(x - 6)^2 = 0$ donne $(x - 6)^2 = 16$, donc $x = 2$ ou $x = 10$. Entre ces valeurs, B est positive (elle vaut **32** en **6**) ; en dehors, elle est négative.

x	0	2	10	12	
B(x)	-	0	+	0	-

- e. L'atelier gagne de l'argent si $2 < x < 10$, c'est-à-dire pour plus de **200** et moins de **1 000** objets vendus.

15 Prouver une variation : l'inverse



Soient $0 < a < b$. Alors $f(a) - f(b) = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b - a}{ab}$.

Le numérateur $b - a$ est strictement positif car $a < b$. Le dénominateur ab est strictement positif car a et b le sont. Donc $f(a) - f(b) > 0$, c'est-à-dire $f(a) > f(b)$.

Ainsi $a < b$ entraîne $f(a) > f(b)$: la fonction inverse est strictement décroissante sur $]0; +\infty[$.

16 Étudier $x^2 + 4x$ 

- a. $(x + 2)^2 - 4 = x^2 + 4x + 4 - 4 = x^2 + 4x$.
- b. Comme $(x + 2)^2 \geq 0$, on a $f(x) \geq -4$, avec égalité pour $x = -2$. Le minimum de f est -4 , atteint en $x = -2$.
- c. $f(b) - f(a) = b^2 - a^2 + 4(b - a) = (b - a)(b + a) + 4(b - a) = (b - a)(a + b + 4)$. Or $b - a > 0$, et $a + 2 \geq 0$ et $b + 2 > 0$, donc $a + b + 4 > 0$. Ainsi $f(b) - f(a) > 0$: f est croissante sur $[-2; +\infty[$.
- d. $0,5$ et 3 sont dans $[-2; +\infty[$ et $0,5 < 3$, donc $f(0,5) < f(3)$. Calculs :
 $f(0,5) = 0,25 + 2 = 2,25$ et $f(3) = 9 + 12 = 21$.

17 L'enclos du jardinier

- a. Le périmètre est 40 m, donc la somme largeur plus longueur vaut 20 : la longueur est $20 - x$. L'aire est $A(x) = x(20 - x) = -x^2 + 20x$.
- b. $100 - (x - 10)^2 = 100 - x^2 + 20x - 100 = -x^2 + 20x$.
- c. $(x - 10)^2 \geq 0$, donc $A(x) \leq 100$, avec égalité en $x = 10$. L'aire maximale est 100 m². Alors la longueur est $20 - 10 = 10$ m : l'enclos est un carré de 10 m de côté.
- d. $A(b) - A(a) = 20b - b^2 - 20a + a^2 = 20(b - a) - (b - a)(b + a) = (b - a)(20 - a - b)$. Comme $a < b \leq 10$, on a $a + b < 20$, donc $20 - a - b > 0$; avec $b - a > 0$, on obtient $A(b) > A(a)$: A est croissante sur $[0; 10]$.
- e. $100 - (x - 10)^2 = 96$ donne $(x - 10)^2 = 4$, soit $x = 8$ ou $x = 12$. Elle peut choisir un enclos de 8 m sur 12 m (dans les deux cas, longueur et largeur sont 8 et 12).

18 Compter les solutions, cas limite



- a. Sur $[-3; 1]$, f croît de -4 à 2 : elle prend la valeur 0 une fois. Sur $[1; 4]$, elle décroît de 2 à -3 : une fois. Sur $[4; 9]$, elle croît de -3 à 5 : une fois. Au total, **3** solutions.
- b. Sur $[-3; 4]$, les valeurs restent entre -4 et 2 , jamais 3 . Sur $[4; 9]$, f croît de -3 à 5 : une fois. Au total, **1** solution.
- c. Sur $[-3; 1]$, f croît de -4 à 2 : elle prend la valeur -3 une fois, dans $] - 3; 1[$. Sur $[1; 4]$, elle décroît de 2 à -3 : la valeur -3 n'est atteinte qu'en $x = 4$. Sur $[4; 9]$, elle est supérieure à -3 après 4 . Au total, **2** solutions : une dans $] - 3; 1[$ et $x = 4$.
- d. Le maximum de f est 5 , donc $f(x) = 6$ n'a aucune solution.

19 Inventer une fonction



On propose $f(x) = 5 - x^2$.

Maximum : $x^2 \geq 0$, donc $f(x) \leq 5$, avec égalité seulement si $x = 0$. Le maximum est 5 , atteint en 0 seulement.

Minimum : pour x dans $[-3; 3]$, on a $x^2 \leq 9$, donc $f(x) \geq 5 - 9 = -4$. Et $f(-3) = f(3) = 5 - 9 = -4$. Le minimum est -4 , atteint en -3 et en 3 .

Variations : f est croissante sur $[-3; 0]$ et décroissante sur $[0; 3]$.

20 Vrai ou faux ? Raisonnements



- a. Vrai. Soient $a < b$ dans $[0; 7]$. Si a et b sont dans le même intervalle, c'est acquis. Sinon $a \leq 3 \leq b$ et $f(a) \leq f(3) \leq f(b)$ par croissance sur chaque morceau.
- b. Vrai. Pour x dans $[-2; 0]$, $x \leq 0$ donc $f(x) \leq f(0)$. Pour x dans $[0; 2]$, $0 \leq x$ donc $f(x) \leq f(0)$.
- c. Faux. Contre-exemple : $f(x) = -(x - 1,7)^2$. On a $f(1) = -0,49$ et $f(2) = -0,09$, donc $f(1) < f(2)$. Pourtant $f(1,5) = -0,04 > f(2)$ alors que $1,5 < 2$: f n'est pas croissante sur $[1; 2]$.

Le livre d'exercices corrigés de maths 2de

Tout le programme en un seul PDF de 155 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Zyro te conseille la suite

Exercices de maths

Variations et extremums : exercices de maths 2de

QCM de maths

Variations et extremums : QCM de maths 2de

Contrôles de maths

Variations et extremums : contrôle de maths 2de

Exercices de maths

Fonctions de référence : exercices de maths 2de

 Exercices de maths

Vecteurs du plan : exercices de maths
2de

 QCM de maths

Fonctions de référence : QCM de maths
2de

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage