

Variables aléatoires et loi binomiale : exercices corrigés de maths Terminale à télécharger en PDF

Le livre d'exercices corrigés de maths Terminale

Tout le programme en un seul PDF de 148 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

Corrigés rédigés des exercices du chapitre. Vérifie chaque étape, puis corrige-toi.

1 Compléter une loi



1. La somme des probabilités vaut 1 : $0,1 + 0,4 + a + 0,2 = 1$, donc $a = 0,3$.
2. $E(X) = 0 \times 0,1 + 1 \times 0,4 + 2 \times 0,3 + 3 \times 0,2 = 0,4 + 0,6 + 0,6 = 1,6$.

2 La tombola de l'école



$$1. P(X = 50) = \frac{1}{200} = 0,005 ; P(X = 10) = \frac{4}{200} = 0,02 ;$$
$$P(X = 2) = \frac{15}{200} = 0,075 ; P(X = 0) = \frac{180}{200} = 0,9.$$

$$2. E(X) = 50 \times 0,005 + 10 \times 0,02 + 2 \times 0,075 = 0,25 + 0,2 + 0,15 = 0,6 \text{ €}.$$

3. Le gain net moyen est $0,6 - 1 = -0,4$ € par billet : le jeu est défavorable à l'acheteur (la recette sert l'école).

3 Bernoulli ou pas ?



a. Deux issues (rouge ou non) : c'est une épreuve de Bernoulli avec $p = \frac{3}{10} = 0,3$.

b. Il y a six issues possibles qui nous intéressent chacune : ce n'est pas une épreuve de Bernoulli (la variable « numéro » n'est pas à valeurs 0 ou 1).

c. Deux issues (6 ou pas 6) : épreuve de Bernoulli avec $p = \frac{1}{6}$.

4 Paramètres d'une binomiale



1. Chaque lancer est une épreuve de Bernoulli (succès : obtenir 6, $p = \frac{1}{6}$), les 12 lancers sont identiques et indépendants : $X \sim \mathcal{B}(12; \frac{1}{6})$.

$$2. E(X) = 12 \times \frac{1}{6} = 2 \text{ et } V(X) = 12 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{60}{36} = \frac{5}{3}.$$

5 Germination



$$X \sim \mathcal{B}(4; 0,8).$$

$$P(X = 4) = 0,8^4 = 0,4096 \text{ et } P(X = 0) = 0,2^4 = 0,0016.$$

Il y a donc environ 41 % de chances que toutes les graines germent, et seulement 0,16 % qu'aucune ne germe.

6 Changement de variable



$$E(Y) = 3 \times 12 - 5 = 31.$$

$$V(Y) = 3^2 \times 4 = 36 \text{ (la constante } -5 \text{ ne change pas la variance).}$$

$$\sigma(Y) = \sqrt{36} = 6.$$

7 Lire un diagramme



1. $10 + 20 + 35 + 25 + 10 = 100$ % : la somme vaut 1, c'est une loi de probabilité.

$$2. P(Y \geq 3) = 0,25 + 0,1 = 0,35.$$

3.

$$E(Y) = 0 \times 0,1 + 1 \times 0,2 + 2 \times 0,35 + 3 \times 0,25 + 4 \times 0,1 = 0,2 + 0,7 + 0,75 + 0,4 = 2$$

.

8 Deux boules dans une urne



1. Il y a $\binom{10}{2} = 45$ tirages équiprobables. $P(X = 0) = \frac{\binom{6}{2}}{45} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$;

$$P(X = 1) = \frac{4 \times 6}{45} = \frac{24}{45} = \frac{8}{15} ; P(X = 2) = \frac{\binom{4}{2}}{45} = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}. \text{ V\'erification : } \frac{5}{15} + \frac{8}{15} + \frac{2}{15} = 1.$$

$$2. E(X) = \frac{8}{15} + 2 \times \frac{2}{15} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}. E(X^2) = \frac{8}{15} + 4 \times \frac{2}{15} = \frac{16}{15}, \text{ donc}$$

$$V(X) = \frac{16}{15} - \frac{16}{25} = \frac{80 - 48}{75} = \frac{32}{75}.$$

9 Contrôle qualité



$X \sim \mathcal{B}(10; 0,05)$. L'événement contraire de « au moins une défectueuse » est « aucune défectueuse ».

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0,95^{10} \approx 1 - 0,5987 = 0,4013.$$

Il y a environ 40 % de chances de trouver au moins une pièce défectueuse.

10 Somme de probabilités



$$X \sim \mathcal{B}(8; 0,5), \text{ donc } P(X = k) = \frac{\binom{8}{k}}{256}.$$

$$P(X \leq 2) = \frac{1 + 8 + 28}{256} = \frac{37}{256} \approx 0,1445.$$

11 Combien de tentatives ?



Avec n essais, $P(X \geq 1) = 1 - 0,8^n$. On veut $1 - 0,8^n \geq 0,99$, soit $0,8^n \leq 0,01$.

$$n \ln 0,8 \leq \ln 0,01, \text{ et comme } \ln 0,8 < 0, n \geq \frac{\ln 0,01}{\ln 0,8} \approx 20,6.$$

Vérification : $0,8^{20} \approx 0,0115 > 0,01$ et $0,8^{21} \approx 0,0092 < 0,01$. Il faut donc au minimum **21 essais**.

12 Somme et différence



$E(S) = 3 + 5 = 8$. Par indépendance, $V(S) = 1,5 + 2,5 = 4$, donc $\sigma(S) = 2$.

$E(D) = 3 - 5 = -2$. Toujours par indépendance, $V(D) = V(X) + V(Y) = 4$ (les variances s'additionnent même pour une différence).

13 Sans remise : pas binomial



$$1. P(X = 3) = \frac{5}{10} \times \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{60}{720} = \frac{1}{12}.$$

2. Pour $\mathcal{B}(3; 0,5)$, $P(X = 3) = 0,5^3 = \frac{1}{8}$. Comme $\frac{1}{12} \neq \frac{1}{8}$, X ne suit pas la loi binomiale : sans remise, les tirages ne sont pas indépendants.

14 Un jeu de dés équitable

★★★

Il y a 36 couples équiprobables ; la somme vaut 11 avec (5 ; 6) et (6 ; 5), et 12 avec (6 ; 6) : 3 cas favorables, soit une probabilité de $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.

Le gain brut moyen est $15 \times \frac{1}{12} = 1,25$ €. Le jeu est équitable pour une mise de **1,25 €**.

15 Pièces défectueuses et Tchebychev

★★★★

1. $X \sim \mathcal{B}(200; 0,03)$, $E(X) = 6$, $V(X) = 200 \times 0,03 \times 0,97 = 5,82$.

2. Avec $\delta = 6$: $P(|X - 6| \geq 6) \leq \frac{5,82}{36} \approx 0,162$.

La probabilité d'avoir 12 pièces défectueuses ou plus (ou aucune) est donc au plus 16,2 %.

16 Taille d'un sondage

★★★★

1. Le nombre de favorables X suit $\mathcal{B}(n; 0,5)$ et $F_n = \frac{X}{n}$: $E(F_n) = 0,5$ et $V(F_n) = \frac{n \times 0,25}{n^2} = \frac{0,25}{n}$.

2. Bienaymé-Tchebychev : $P(|F_n - 0,5| \geq 0,05) \leq \frac{0,25}{n \times 0,05^2} = \frac{100}{n}$. On veut $\frac{100}{n} \leq 0,05$, donc $n \geq 2000$.

17 Valeur la plus probable

★★★★

1. $\frac{P(X = k+1)}{P(X = k)} = \frac{\binom{10}{k+1}}{\binom{10}{k}} \times \frac{0,3}{0,7} = \frac{10-k}{k+1} \times \frac{3}{7}$, car $\binom{10}{k+1} = \binom{10}{k} \times \frac{10-k}{k+1}$.

2. Le rapport est ≥ 1 si $3(10-k) \geq 7(k+1)$, soit $23 \geq 10k$, donc $k \leq 2$ (car k est entier).

3. Les probabilités augmentent jusqu'à $P(X = 3)$ puis diminuent : la valeur la plus probable est **3**, avec $P(X = 3) = 120 \times 0,3^3 \times 0,7^7 \approx 0,2668$. À titre de comparaison, $P(X = 2) \approx 0,2335$ et $P(X = 4) \approx 0,2001$.

18 Retrouver E et V de la binomiale

★★★

1. Pour chaque i , $E(X_i) = p$ et $V(X_i) = p(1 - p)$. Par linéarité,

$E(X) = \sum E(X_i) = np$. Les X_i étant indépendantes, les variances s'additionnent :

$$V(X) = \sum V(X_i) = np(1 - p).$$

2. $E(X) = 90 \times \frac{1}{3} = 30$ et $V(X) = 90 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = 20$, donc $\sigma(X) = \sqrt{20} \approx 4,47$.

19 Surréservation en avion

★★★

1. $X \sim \mathcal{B}(52; 0,95)$ et $E(X) = 52 \times 0,95 = 49,4$ passagers en moyenne.

2. Quelqu'un est sans place si $X \geq 51$:

$$P(X \geq 51) = P(X = 51) + P(X = 52) = 52 \times 0,95^{51} \times 0,05 + 0,95^{52} \approx 0,1901 + 0,0699 = 0,2599$$

. Soit environ **0,2595** : plus d'une fois sur quatre, la compagnie doit trouver une solution.

20 Moyenne de lancers de dé

★★★

1. $E(X) = \frac{1 + 2 + \dots + 6}{6} = 3,5$. $E(X^2) = \frac{91}{6}$, donc

$$V(X) = \frac{91}{6} - \frac{49}{4} = \frac{182 - 147}{12} = \frac{35}{12}.$$

2. $E(M_n) = 3,5$ et $V(M_n) = \frac{35}{12n}$.

3. $P(|M_n - 3,5| \geq 0,5) \leq \frac{35}{12n \times 0,25} = \frac{35}{3n}$. Pour $n = 100$: $\frac{35}{300} \approx 0,1167$.

4. On veut $\frac{35}{3n} \leq 0,01$, soit $n \geq \frac{3500}{3} \approx 1166,7$: il suffit de $n = 1167$ lancers.

Le livre d'exercices corrigés de maths Terminale

Tout le programme en un seul PDF de 148 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre



Entraîne-toi : défi express de Terminale

[Changer de niveau](#)

Niveau : **Terminale**

6 questions au hasard, correction tout de suite.



Lancer le défi



Zyro te conseille la suite



Exercices de maths

Variables aléatoires et loi binomiale :
exercices de maths Terminale



QCM de maths

Variables aléatoires et loi binomiale :
QCM de maths Terminale



Contrôles de maths



Exercices de maths

Variables aléatoires et loi binomiale :
contrôle de maths Terminale

Suites numériques et récurrence :
exercices de maths Terminale

 **Exercices de maths**

Limites de fonctions : exercices de maths
Terminale

 **QCM de maths**

Suites numériques et récurrence : QCM
de maths Terminale

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage