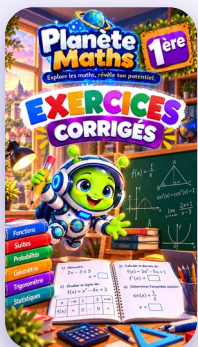


Variables aléatoires : exercices corrigés de maths 1ère à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths 1ère

Tout le programme en un seul PDF de 152 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigés rédigés des exercices du chapitre. Vérifie chaque étape, puis corrige-toi.

1 Compléter une loi



a. La somme des probabilités vaut **1** :

$$P(X = 3) = 1 - (0,1 + 0,35 + 0,25) = 1 - 0,7 = 0,3.$$

b. $P(X \geq 3) = P(X = 3) + P(X = 4) = 0,3 + 0,25 = 0,55.$

2 Les pannes du distributeur



$$E(X) = 0 \times 0,2 + 1 \times 0,4 + 2 \times 0,3 + 3 \times 0,1 = 0 + 0,4 + 0,6 + 0,3 = 1,3.$$

En moyenne, le distributeur tombe en panne **1,3** fois par mois.

3 Bernoulli ou pas ?



a. Oui : deux issues, « as » (succès) ou « pas un as ». Il y a 4 as sur 32 cartes, donc

$$p = \frac{4}{32} = 0,125.$$

b. Non : il y a six issues possibles, pas deux. (En revanche, « obtenir un nombre pair » serait une épreuve de Bernoulli.)

c. Oui : le succès est « l'élève est gaucher » et $p = 0,1$.

4 Coefficients binomiaux



$$\binom{6}{0} = 1; \binom{7}{1} = 7; \binom{6}{2} = 15; \binom{6}{4} = \binom{6}{2} = 15 \text{ par symétrie}; \binom{5}{3} = \binom{5}{2} = 10.$$

5 Une petite loi binomiale



$$P(X = 0) = 0,8^3 = 0,512. P(X = 1) = \binom{3}{1} \times 0,2 \times 0,8^2 = 3 \times 0,2 \times 0,64 = 0,384.$$

$$P(X = 2) = 3 \times 0,2^2 \times 0,8 = 3 \times 0,04 \times 0,8 = 0,096. P(X = 3) = 0,2^3 = 0,008.$$

$$\text{Somme : } 0,512 + 0,384 + 0,096 + 0,008 = 1.$$

6 Espérance et variance binomiales



$$E(X) = np = 20 \times 0,35 = 7.$$

$$V(X) = np(1 - p) = 20 \times 0,35 \times 0,65 = 4,55.$$

$$\sigma(X) = \sqrt{4,55} \approx 2,13.$$

7 Un jeu de dé



- a. Face 6 : $G = 15 - 4 = 11$, avec $P = \frac{1}{6}$. Faces 4 ou 5 : $G = 0$, avec $P = \frac{2}{6}$. Faces 1, 2, 3 : $G = -4$, avec $P = \frac{3}{6}$.
- b. $E(G) = 11 \times \frac{1}{6} + 0 \times \frac{2}{6} - 4 \times \frac{3}{6} = \frac{11 - 12}{6} = -\frac{1}{6} \approx -0,17$. L'espérance est négative : le jeu est défavorable, le joueur perd en moyenne environ 0,17 € par partie.
- c. La somme reçue a pour espérance $\frac{15 + 2 \times 4}{6} = \frac{23}{6}$. Le jeu est équitable si la mise vaut $\frac{23}{6} \approx 3,83$ €.

8 Deux formules pour la variance



- a. $E(X) = -2 \times 0,1 + 0 \times 0,3 + 1 \times 0,4 + 4 \times 0,2 = -0,2 + 0 + 0,4 + 0,8 = 1$.
- b. $V(X) = 0,1 \times (-3)^2 + 0,3 \times (-1)^2 + 0,4 \times 0^2 + 0,2 \times 3^2 = 0,9 + 0,3 + 0 + 1,8 = 3$.
- c. $E(X^2) = 0,1 \times 4 + 0,3 \times 0 + 0,4 \times 1 + 0,2 \times 16 = 0,4 + 0,4 + 3,2 = 4$, donc $V(X) = 4 - 1^2 = 3$. Les deux méthodes concordent, et $\sigma(X) = \sqrt{3} \approx 1,73$.

9 Degrés Celsius et Fahrenheit



$$E(Y) = 1,8 \times E(X) + 32 = 1,8 \times 24 + 32 = 43,2 + 32 = 75,2.$$

$$V(Y) = 1,8^2 \times V(X) = 3,24 \times 2,25 = 7,29.$$

$$\sigma(Y) = \sqrt{7,29} = 2,7. \text{ On vérifie : } \sigma(Y) = 1,8 \times \sigma(X) = 1,8 \times 1,5 = 2,7. \text{ L'écart type de } X \text{ est } \sigma(X) = \sqrt{2,25} = 1,5.$$

10 Trois tirs au panier

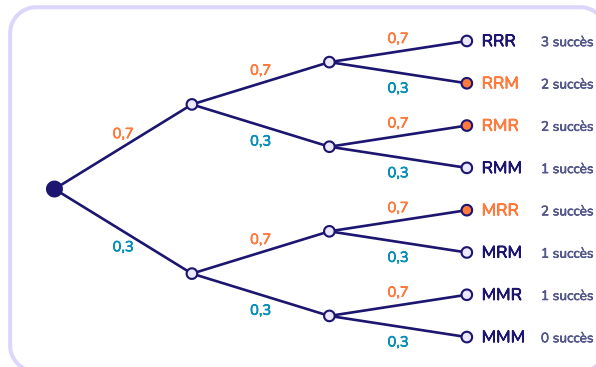


a. Chaque lancer est une épreuve de Bernoulli de paramètre **0,7**, répétée 3 fois de façon indépendante : X suit $\mathcal{B}(3; 0,7)$.

b. $P(X = 2) = \binom{3}{2} \times 0,7^2 \times 0,3 = 3 \times 0,49 \times 0,3 = 0,441$;

$$P(X = 3) = 0,7^3 = 0,343.$$

c. $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0,3^3 = 1 - 0,027 = 0,973$.



11 Le contrôle qualité



a. X suit $\mathcal{B}(8; 0,05)$.

b. $P(X = 0) = 0,95^8 \approx 0,663$. Donc $P(X \geq 1) = 1 - 0,95^8 \approx 0,337$.

c. $P(X = 2) = \binom{8}{2} \times 0,05^2 \times 0,95^6 = 28 \times 0,0025 \times 0,95^6 \approx 0,051$.

12 Vrai ou faux ?



- a. Vrai : $E(X) = np = 10 \times 0,2 = 2$.
- b. Faux : $V(X) = 10 \times 0,2 \times 0,8 = 1,6$. (C'est $E(X)$ qui vaut 2.)
- c. Vrai : $\binom{10}{10} = 1$, donc $P(X = 10) = 1 \times 0,2^{10} \times 0,8^0 = 0,2^{10}$.
- d. Vrai : $\binom{10}{1} = 10$ et $P(X = 1) = 10 \times 0,2^1 \times 0,8^9$.
- e. Faux : sans remise, les tirages ne sont pas indépendants et la probabilité d'obtenir un roi change à chaque tirage ; ce n'est pas un schéma de Bernoulli.

13 Pascal en action



- a. Relation de Pascal : $\binom{7}{3} = \binom{6}{2} + \binom{6}{3} = 15 + 20 = 35$.
- b. Choisir 2 emplacements parmi n : n choix pour le premier, $n - 1$ pour le second, soit $n(n - 1)$ couples ordonnés, mais chaque paire est comptée deux fois :
- $$\binom{n}{2} = \frac{n(n - 1)}{2}.$$
- c. $\frac{n(n - 1)}{2} = 45$ équivaut à $n(n - 1) = 90 = 10 \times 9$, donc $n = 10$ (l'autre solution, $n = -9$, est négative). Vérification : $\binom{10}{2} = 45$.

14 Quiz au hasard



- a. Chaque question est une épreuve de Bernoulli (bonne réponse avec $p = \frac{1}{4} = 0,25$), répétée 12 fois de façon indépendante : $X \sim \mathcal{B}(12; 0,25)$.
- b. $P(X = 3) = \binom{12}{3} \times 0,25^3 \times 0,75^9 = 220 \times 0,015625 \times 0,0750847 \dots \approx 0,2581$.
- c. $E(X) = 12 \times 0,25 = 3$; $V(X) = 12 \times 0,25 \times 0,75 = 2,25$; $\sigma(X) = \sqrt{2,25} = 1,5$.
- d. $P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5) \approx 1 - 0,9456 = 0,0544$. Réussir à demi par hasard arrive environ une fois sur 18.

15 Combien d'essais ?



Avec n paquets, le nombre X de figurines rares suit $\mathcal{B}(n; 0,2)$, et $P(X \geq 1) = 1 - 0,8^n$.

On veut $1 - 0,8^n > 0,99$, soit $0,8^n < 0,01$. La suite $0,8^n$ est décroissante : on cherche le premier rang où elle passe sous $0,01$, avec un tableau de valeurs de la calculatrice.

$0,8^{20} \approx 0,0115 > 0,01$ et $0,8^{21} \approx 0,0092 < 0,01$. Il faut acheter au minimum **21** paquets.

16 Fluctuation sur 50 tirages



a est le plus petit entier tel que $P(X \leq a) > 0,025$: $P(X \leq 8) \approx 0,0183 \leq 0,025$ et $P(X \leq 9) \approx 0,0402 > 0,025$, donc $a = 9$.

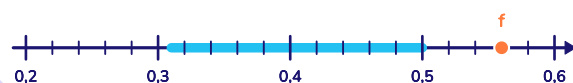
b est le plus petit entier tel que $P(X \leq b) \geq 0,975$: $P(X \leq 21) \approx 0,9749 < 0,975$ et $P(X \leq 22) \approx 0,9877 \geq 0,975$, donc $b = 22$.

L'intervalle de fluctuation est $\left[\frac{9}{50} ; \frac{22}{50} \right] = [0,18 ; 0,44]$.

17 Le sondage de l'application



- a. La fréquence observée est $f = \frac{56}{100} = 0,56$. Or $0,56 \notin [0,31 ; 0,50]$: on rejette l'affirmation « 40 % » avec un risque d'erreur d'environ 5 %.
- b. Ici $f = 0,47 \in [0,31 ; 0,50]$: on ne peut pas rejeter l'affirmation ; l'échantillon est compatible avec $p = 0,4$.



18 Retrouver une loi



- a. Notons $a = P(X = -1)$ et $c = P(X = 2)$. La somme vaut 1 : $a + 0,5 + c = 1$, donc $a + c = 0,5$. L'espérance donne $-a + 2c = 0,7$. En additionnant les deux équations : $3c = 1,2$, donc $c = 0,4$ et $a = 0,1$.
- b. $E(X^2) = 0,1 \times 1 + 0,5 \times 0 + 0,4 \times 4 = 1,7$, donc $V(X) = 1,7 - 0,7^2 = 1,7 - 0,49 = 1,21$ et $\sigma(X) = \sqrt{1,21} = 1,1$.

19 Retrouver les paramètres



- a. On a $np = 12$ et $np(1 - p) = 7,2$. En divisant : $1 - p = \frac{7,2}{12} = 0,6$, donc $p = 0,4$, puis $n = \frac{12}{0,4} = 30$.
- b. $P(X = 12) = \binom{30}{12} \times 0,4^{12} \times 0,6^{18} \approx 0,1474$ (à la calculatrice).

20 Le jeu des boules rouges



a. À chaque tirage, $P(\text{rouge}) = \frac{3}{10} = 0,3$ et les tirages sont indépendants (avec remise) : $X \sim \mathcal{B}(5; 0,3)$.

$$P(X = 2) = \binom{5}{2} \times 0,3^2 \times 0,7^3 = 10 \times 0,09 \times 0,343 = 0,3087.$$

b. $E(X) = 5 \times 0,3 = 1,5$ et $V(X) = 5 \times 0,3 \times 0,7 = 1,05$. Donc

$$E(G) = 4 \times 1,5 - 5 = 1, V(G) = 4^2 \times 1,05 = 16,8 \text{ et } \sigma(G) = \sqrt{16,8} \approx 4,10.$$

c. $G > 0$ équivaut à $4X > 5$, soit $X \geq 2$.

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) = 1 - 0,16807 - 0,36015 = 0,47178,$$

soit environ **47,2 %**.

Le livre d'exercices corrigés de maths 1ère

Tout le programme en un seul PDF de 152 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

 **Zyro te conseille la suite**

 **Exercices de maths**

 **QCM de maths**

Variables aléatoires : exercices de maths
1ère

Variables aléatoires : QCM de maths
1ère



Contrôles de maths

Variables aléatoires : contrôle de maths
1ère



Exercices de maths

Algorithmique et Python : exercices de
maths 1ère



Exercices de maths

Second degré : exercices de maths 1ère



QCM de maths

Algorithmique et Python : QCM de
maths 1ère

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage