

Trigonométrie et Pythagore : cours de maths 3ème à télécharger en PDF



Le livre de cours de maths 3ème

Tout le programme en un seul PDF de 109 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

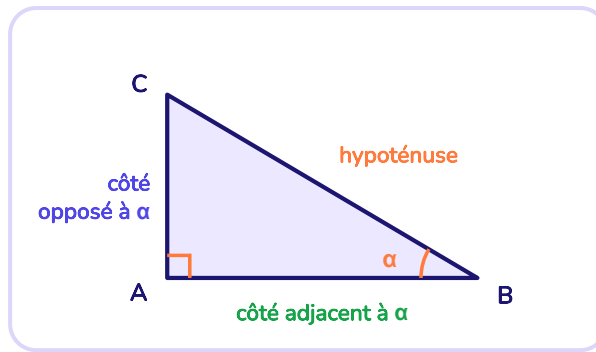
[Voir le livre](#)

Comment mesurer la hauteur d'un arbre sans y grimper, ou la pente d'une rampe sans la déplier ? Les mathématiciens ont deux outils pour cela, et tous les deux vivent dans le **triangle rectangle** : le **théorème de Pythagore**, qui relie les longueurs des côtés, et la **trigonométrie**, qui relie les longueurs aux angles. Dans ce chapitre, tu apprends à les utiliser ensemble pour calculer des longueurs et des angles.

1. Le vocabulaire du triangle rectangle

D Hypoténuse, côté adjacent, côté opposé

Dans un triangle rectangle, l'**hypoténuse** est le côté situé en face de l'angle droit : c'est le plus long côté. Pour un angle aigu α donné, le **côté adjacent** est le côté de l'angle droit qui touche α , et le **côté opposé** est celui qui est en face de α .



Sur la figure, le triangle ABC est rectangle en A et on regarde l'angle $\alpha = \widehat{ABC}$:

- l'hypoténuse est $[BC]$;
- le côté adjacent à α est $[AB]$;
- le côté opposé à α est $[AC]$.



Attention

Les mots « adjacent » et « opposé » dépendent de l'angle choisi. Si tu regardes l'angle en C au lieu de l'angle en B , les deux côtés de l'angle droit échangent leurs rôles.

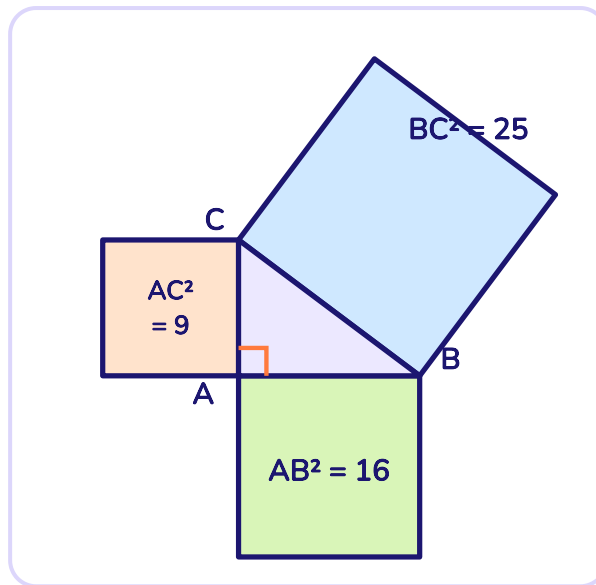
2. Le théorème de Pythagore



Théorème de Pythagore

Si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés. Pour ABC rectangle en A :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$



Sur la figure, l'aire du grand carré (25) est la somme des aires des deux autres (9 + 16).

M

Méthode : calculer une longueur avec Pythagore

1. Repère l'angle droit et l'hypoténuse.
2. Écris l'égalité de Pythagore.
3. Remplace par les valeurs connues : on **additionne** pour l'hypoténuse, on **soustrait** pour un côté de l'angle droit.
4. Prends la racine carrée et conclus avec l'unité.

E

Exemple 1 : l'hypoténuse

PQR est rectangle en Q , avec $PQ = 9$ cm et $QR = 40$ cm. Le triangle PQR est rectangle en Q , donc d'après le théorème de Pythagore :

$$PR^2 = PQ^2 + QR^2 = 81 + 1600 = 1681, \text{ donc } PR = \sqrt{1681} = 41 \text{ cm.}$$

E**Exemple 2 : un côté de l'angle droit**

XYZ est rectangle en X , avec $YZ = 37$ cm et $XY = 12$ cm. D'après le théorème de Pythagore : $YZ^2 = XY^2 + XZ^2$.

$$XZ^2 = 37^2 - 12^2 = 1\,369 - 144 = 1\,225, \text{ donc } XZ = \sqrt{1\,225} = 35 \text{ cm.}$$

3. La réciproque de Pythagore**P****Réciproque**

Si, dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres, alors ce triangle est rectangle, et l'angle droit est opposé au plus grand côté. Si l'égalité est fausse, le triangle n'est pas rectangle.

E**Exemple 3 : un triangle est-il rectangle ?**

Un triangle a pour côtés **28** cm, **45** cm et **53** cm. Le plus grand côté mesure **53** cm.

D'une part $53^2 = 2\,809$. D'autre part $28^2 + 45^2 = 784 + 2\,025 = 2\,809$. Les deux résultats sont égaux : d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle est rectangle, avec l'angle droit en face du côté de **53** cm.

4. Cosinus, sinus et tangente

Pythagore relie les longueurs entre elles. Pour faire intervenir un **angle**, on utilise trois rapports de longueurs qui ne dépendent que de l'angle, pas de la taille du triangle.

D Cosinus, sinus, tangente d'un angle aigu

Dans un triangle rectangle, pour un angle aigu α :

$$\cos \alpha = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\sin \alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$



Astuce de Zyro

Retiens le mot magique **CAH SOH TOA** : Cosinus = Adjacent / Hypoténuse, Sinus = Opposé / Hypoténuse, Tangente = Opposé / Adjacent. Les lettres C-A-H, S-O-H, T-O-A te donnent les trois formules sans hésiter !



Propriétés

Pour un angle aigu α : $0 < \cos \alpha < 1$ et $0 < \sin \alpha < 1$, car l'hypoténuse est le plus grand côté. De plus :

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \quad \text{et} \quad \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

Voici quelques valeurs à connaître (arrondies au centième) :

Angle	30°	45°	60°
cosinus	0,87	0,71	0,5
sinus	0,5	0,71	0,87
tangente	0,58	1	1,73

5. Utiliser la calculatrice



Le mode degrés

Avant tout calcul, vérifie que ta calculatrice est en **mode degrés** (DEG ou D à l'écran).

En mode radians, **cos 60** donne **−0,95** au lieu de **0,5** : une erreur très fréquente !

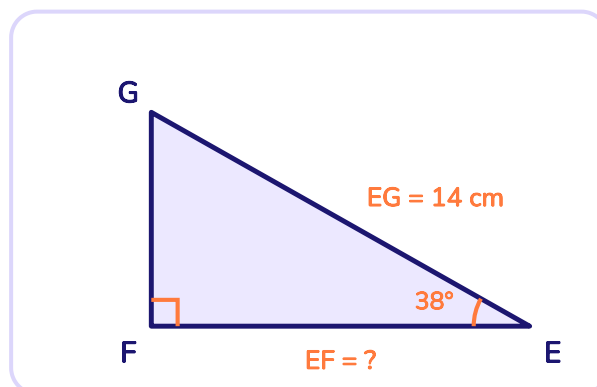
- Pour trouver une valeur : tape **cos**, **sin** ou **tan**, puis l'angle. Par exemple **cos 38° ≈ 0,788**.
- Pour trouver un angle à partir du rapport : utilise la touche **cos⁻¹** (ou arccos, ou 2nde cos), de même **sin⁻¹** et **tan⁻¹**.

6. Calculer une longueur



Méthode

1. Repère l'angle connu, puis l'hypoténuse, le côté adjacent et le côté opposé.
2. Choisis le rapport qui contient la longueur cherchée et une longueur connue.
3. Écris l'égalité, par exemple **cos α = $\frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$** , puis isole l'inconnue.
4. Calcule, arrondis à la fin, et conclus avec l'unité.



E**Exemple 4 : avec le cosinus**

EFG est rectangle en F , $\widehat{FEG} = 38^\circ$ et $EG = 14$ cm. On cherche EF , côté adjacent à l'angle en E , connaissant l'hypoténuse : on utilise le cosinus.

$$\cos 38^\circ = \frac{EF}{EG}, \text{ donc } EF = 14 \times \cos 38^\circ \approx 11,0 \text{ cm (au dixième).}$$

E**Exemple 5 : avec la tangente**

HIJ est rectangle en I , $\widehat{IHJ} = 52^\circ$ et $HI = 7$ cm. On cherche IJ , côté opposé, connaissant le côté adjacent : on utilise la tangente.

$$\tan 52^\circ = \frac{IJ}{HI}, \text{ donc } IJ = 7 \times \tan 52^\circ \approx 8,96 \text{ cm (au centième).}$$

!**Quand l'inconnue est au dénominateur**

Si on cherche l'hypoténuse, la longueur est en bas de la fraction : $\cos \alpha = \frac{AB}{BC}$
 donne $BC = \frac{AB}{\cos \alpha}$. On divise alors, on ne multiplie pas.

7. Calculer un angle

Quand on connaît deux côtés, on calcule d'abord le rapport (cosinus, sinus ou tangente selon les côtés connus), puis on revient à l'angle avec la touche réciproque de la calculatrice.

E**Exemple 6 : avec le sinus**

KLM est rectangle en K , $LM = 15$ cm (hypoténuse) et $KM = 9$ cm, côté opposé à l'angle $\widehat{KLM}$. Alors $\sin \widehat{KLM} = \frac{9}{15} = 0,6$, donc $\widehat{KLM} = \sin^{-1}(0,6) \approx 37^\circ$ (au degré près).

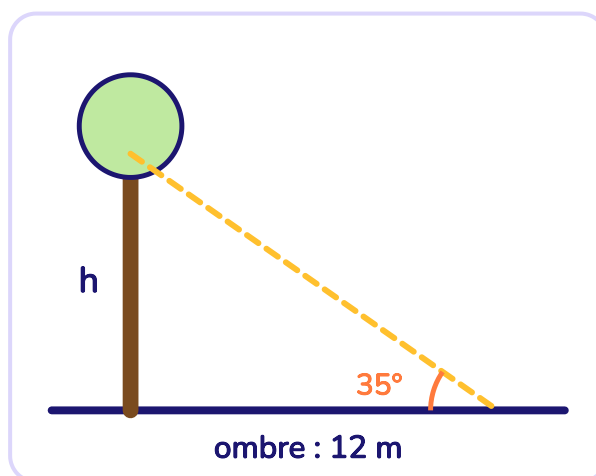
E**Exemple 7 : avec la tangente**

Dans un triangle rectangle, un angle a pour côté opposé 5 cm et pour côté adjacent 12 cm. Alors $\tan \alpha = \frac{5}{12}$, donc $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{5}{12}\right) \approx 22,6^\circ$ (au dixième).

Dans un triangle rectangle, les deux angles aigus sont **complémentaires** : leur somme vaut 90° . Une fois un angle trouvé, l'autre s'obtient par soustraction.

8. Problèmes concrets

La trigonométrie sert dès qu'on connaît un angle et une longueur dans une situation « verticale » : hauteur d'un arbre, d'un phare, pente d'une rampe, inclinaison d'une échelle.



E**Exemple 8 : l'ombre d'un arbre**

Le soleil fait un angle de 35° avec le sol et l'ombre d'un arbre mesure **12** m. Le sol est horizontal et l'arbre vertical : le triangle formé est rectangle. La hauteur h est le côté opposé à l'angle de 35° , l'ombre est le côté adjacent :

$$\tan 35^\circ = \frac{h}{12}, \text{ donc } h = 12 \times \tan 35^\circ \approx 8,4 \text{ m. L'arbre mesure environ } 8,4 \text{ m.}$$

Si un problème contient deux triangles rectangles ou si tu connais deux côtés, combine **Pythagore** (pour la longueur manquante) et la **trigonométrie** (pour les angles). Garde les valeurs non arrondies dans la calculatrice pour tes calculs intermédiaires.

À retenir

- **Pythagore** : si ABC est rectangle en A , alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$; la **réci-proque** permet de prouver qu'un triangle est rectangle.
- $\cos \alpha = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$, $\sin \alpha = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}$, $\tan \alpha = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$ (CAH SOH TOA).
- Pour un angle aigu : $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ et $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$.
- Pour une **longueur** : écris le rapport, isole l'inconnue, calcule (attention à l'hypoténuse au dénominateur).
- Pour un **angle** : calcule le rapport puis utilise $\cos^{-1}$, $\sin^{-1}$ ou $\tan^{-1}$, en mode degrés.
- Les deux angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires.

Le livre de cours de maths 3ème

Tout le programme en un seul PDF de 109 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre



Entraîne-toi : défi express de 3ème

Changer de niveau

Niveau : 3ème

6 questions au hasard, correction tout de suite.



Lancer le défi



Zyro te conseille la suite



Exercices de maths

Trigonométrie et Pythagore : exercices de maths 3ème



Contrôles de maths

Trigonométrie et Pythagore : contrôle de maths 3ème

 QCM de maths

Trigonométrie et Pythagore : QCM de maths 3ème

 Exercices de maths

Transformations et homothéties : exercices de maths 3ème

 Exercices de maths

Géométrie dans l'espace : exercices de maths 3ème

 Contrôles de maths

Transformations et homothéties : contrôle de maths 3ème

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage