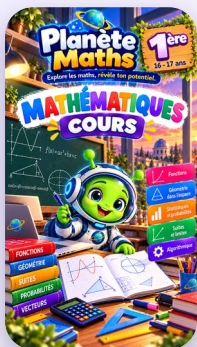


Trigonométrie : cours de maths 1ère à télécharger en PDF



Le livre de cours de maths 1ère

Tout le programme en un seul PDF de 103 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

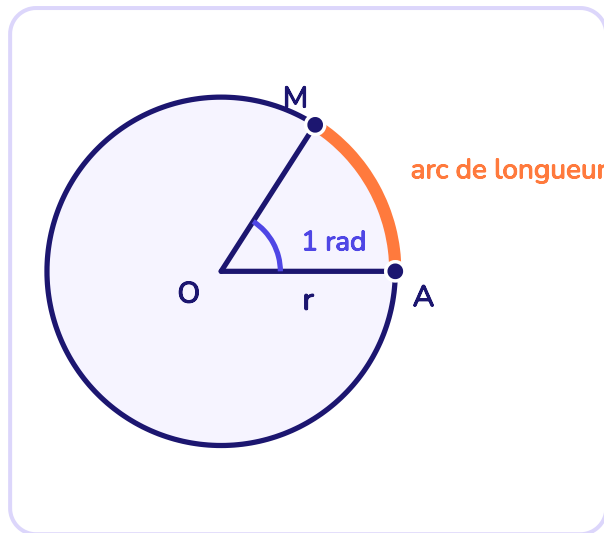
Une grande roue qui tourne, une aiguille d'horloge, le va-et-vient d'une balançoire, la marée qui monte et descend : tous ces mouvements se répètent et se décrivent avec deux fonctions, le **cosinus** et le **sinus**. En 1ère, tu quittes les degrés pour une nouvelle unité d'angle, le **radian**, tu enroules la droite des réels autour d'un cercle, puis tu étudies deux fonctions qui, elles aussi, tournent en rond.

1. Le radian

D

Radian

Un angle d'un **radian** intercepte, sur un cercle de rayon r , un arc de longueur exactement r . Le radian est l'unité d'angle « naturelle » en mathématiques.



Le périmètre d'un cercle vaut $2\pi r$: un tour complet mesure donc 2π radians. Les degrés et les radians sont **proportionnels**.

P

Conversion

180° correspond à π radians. Ainsi, une mesure de α degrés vaut $\frac{\alpha\pi}{180}$ radians. Sur un cercle de rayon r , un angle de θ radians intercepte un arc de longueur $\ell = r\theta$.

Degrés	0°	30°	45°	60°	90°	180°	360°
Radians	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	2π

E

Exemple 1

Convertis 135° en radians, puis $\frac{5\pi}{6}$ en degrés.

$$135^\circ = \frac{135\pi}{180} = \frac{3\pi}{4} \text{ rad. Et } \frac{5\pi}{6} \text{ rad} = \frac{5}{6} \times 180^\circ = 150^\circ.$$

E**Exemple 2**

Quelle longueur parcourt le bout d'une aiguille de **4** cm qui tourne d'un angle de $\frac{2\pi}{5}$ rad ?

$$\ell = r\theta = 4 \times \frac{2\pi}{5} = \frac{8\pi}{5} \approx 5,03 \text{ cm.}$$

2. Le cercle trigonométrique**D****Cercle trigonométrique**

Dans un repère orthonormé $(O; I, J)$, le **cercle trigonométrique** est le cercle de centre **O** et de rayon **1**, orienté dans le **sens direct** (sens inverse des aiguilles d'une montre).

Imagine la droite des réels comme un fil gradué, enroulé autour du cercle à partir du point **I(1 ; 0)**. Le réel **x** vient se poser sur un point **M** du cercle : on dit que **x** est **une mesure en radians** de l'angle orienté $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OM})$. Un réel positif enroule dans le sens direct, un réel négatif dans le sens contraire.

Comme un tour complet mesure **2π**, les réels **x** et **x + 2kπ** (avec **k** entier relatif) désignent **le même point M**. Parmi toutes les mesures d'un angle, une seule appartient à l'intervalle $] -\pi ; \pi]$: c'est la **mesure principale**.

M**Trouver la mesure principale**

1. Écris le réel sous la forme d'une fraction de π .
2. Ajoute ou retire des multiples de 2π (c'est-à-dire des tours entiers) pour tomber dans $] - \pi ; \pi]$.

E**Exemple 3**

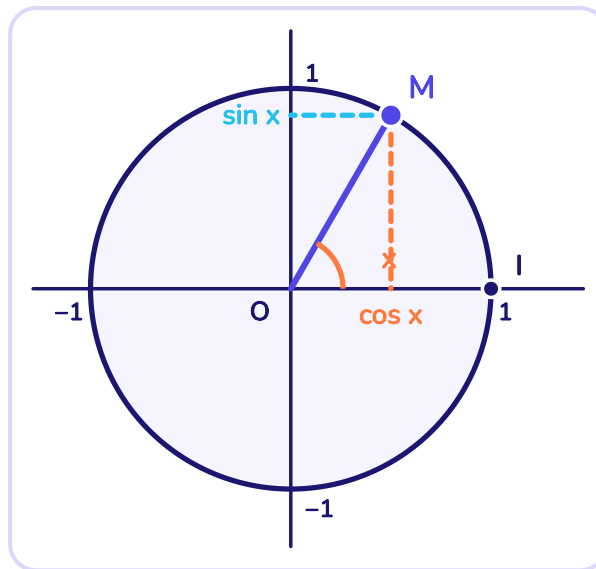
Mesure principale de $\frac{25\pi}{4}$ et de $-\frac{17\pi}{3}$.

$$\frac{25\pi}{4} = \frac{24\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = 6\pi + \frac{\pi}{4} : \text{on retire } 3 \text{ tours, la mesure principale est } \frac{\pi}{4}.$$

$$-\frac{17\pi}{3} = -\frac{18\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = -6\pi + \frac{\pi}{3} : \text{on ajoute } 3 \text{ tours, la mesure principale est } \frac{\pi}{3}.$$

3. Cosinus et sinus d'un réel**D****Cosinus et sinus**

Soit x un réel et M le point du cercle trigonométrique associé à x . Le **cosinus** de x , noté **$\cos x$** , est l'**abscisse** de M . Le **sinus** de x , noté **$\sin x$** , est son **ordonnée**. Ainsi $M(\cos x ; \sin x)$.



P

Propriétés fondamentales

Pour tout réel x :

- $-1 \leq \cos x \leq 1$ et $-1 \leq \sin x \leq 1$;
- $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$;
- $\cos(x + 2\pi) = \cos x$ et $\sin(x + 2\pi) = \sin x$.

La relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ n'est autre que le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle formé par O , M et le pied de la perpendiculaire à l'axe des abscisses : l'hypoténuse OM vaut **1**.

E

Exemple 4

Sachant que $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ et $\cos x = -\frac{3}{5}$, calcule $\sin x$.

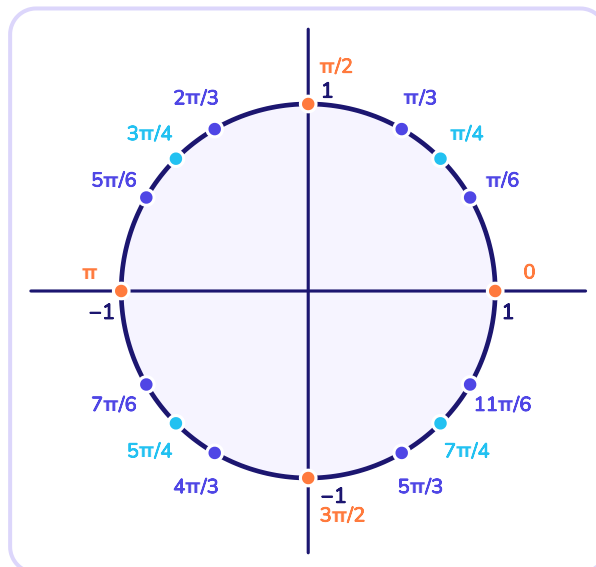
$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$, donc $\sin x = \frac{4}{5}$ ou $\sin x = -\frac{4}{5}$. Pour x dans le deuxième quadrant, le point M est au-dessus de l'axe des abscisses : $\sin x \geq 0$. Donc $\sin x = \frac{4}{5}$.



Piège

Écrire $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ ne donne le sinus qu'à un **signe** près. Il faut toujours regarder dans quel quart de cercle se trouve le point pour choisir le bon signe.

4. Les valeurs remarquables



x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1



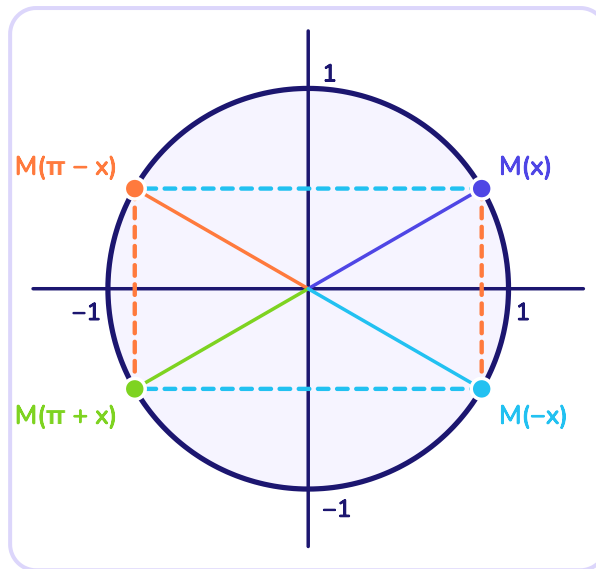
Astuce de Zyro

Pour ne jamais te tromper dans la ligne des cosinus, retiens la suite $\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{1}}{2}$: le numérateur diminue. Pour les sinus, tu la lis à l'envers, et tu obtiens $\frac{\sqrt{1}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ces valeurs viennent de deux triangles connus : le demi-carré (angle de $\frac{\pi}{4}$) et le demi-triangle équilatéral (angles de $\frac{\pi}{6}$ et $\frac{\pi}{3}$). Il faut les **connaître par cœur** et savoir les retrouver à partir du cercle.

5. Les angles associés

Le cercle est très symétrique : à partir de $M(x)$, on obtient des points liés par des symétries, et leurs coordonnées se déduisent de **cos x** et **sin x** .



P Formules des angles associés

Pour tout réel x :

- $\cos(-x) = \cos x$ et $\sin(-x) = -\sin x$;
- $\cos(\pi - x) = -\cos x$ et $\sin(\pi - x) = \sin x$;
- $\cos(\pi + x) = -\cos x$ et $\sin(\pi + x) = -\sin x$;
- $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$ et $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$.

E Exemple 5

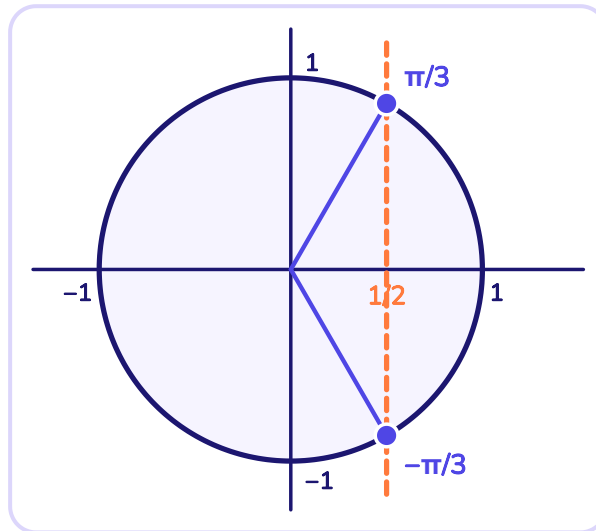
Calcule $\cos \frac{5\pi}{6}$ et $\sin \frac{7\pi}{6}$.

$$\frac{5\pi}{6} = \pi - \frac{\pi}{6}, \text{ donc } \cos \frac{5\pi}{6} = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\frac{7\pi}{6} = \pi + \frac{\pi}{6}, \text{ donc } \sin \frac{7\pi}{6} = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}.$$

6. Résoudre $\cos x = a$ et $\sin x = a$

Résoudre $\cos x = a$, c'est chercher les points du cercle d'abscisse a : une droite verticale coupe le cercle en **deux points symétriques** par rapport à l'axe des abscisses (si $-1 < a < 1$). Pour $\sin x = a$, la droite est horizontale et les deux points sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées.



P

Équations de référence

Soit a un réel et k un entier relatif.

- $\cos x = \cos a \iff x = a + 2k\pi$ ou $x = -a + 2k\pi$;
- $\sin x = \sin a \iff x = a + 2k\pi$ ou $x = \pi - a + 2k\pi$.

Si a n'est pas dans $[-1 ; 1]$, les équations $\cos x = a$ et $\sin x = a$ n'ont aucune solution.

M

Méthode

1. Reconnais la valeur a comme $\cos b$ ou $\sin b$ avec un angle remarquable b .
2. Applique la propriété ci-dessus.
3. Garde les solutions de l'intervalle demandé en donnant à k les valeurs utiles.

E

Exemple 6

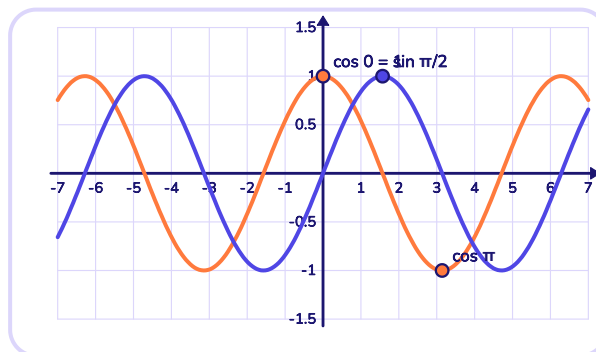
Résous $\sin x = -\frac{1}{2}$ dans $[0; 2\pi]$.

On sait que $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$. Donc $x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ou

$x = \pi + \frac{\pi}{6} + 2k\pi = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$. Dans $[0; 2\pi]$, on garde $x = \frac{11\pi}{6}$ (avec $k = 1$ dans la première série) et $x = \frac{7\pi}{6}$. Donc $S = \left\{ \frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6} \right\}$.

7. Les fonctions cosinus et sinus

Les fonctions $\cos : x \mapsto \cos x$ et $\sin : x \mapsto \sin x$ sont définies sur $\mathbb{R}$. Leurs courbes ondulent régulièrement entre -1 et 1 .



Sur la figure, la courbe orange est celle du cosinus et la courbe violette celle du sinus.



Parité et périodicité

- La fonction cosinus est **paire** : $\cos(-x) = \cos x$. Sa courbe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
- La fonction sinus est **impaire** : $\sin(-x) = -\sin x$. Sa courbe est symétrique par rapport à l'origine.
- Les deux fonctions sont **périodiques de période 2π** : leurs valeurs se répètent à l'identique tous les 2π .

Grâce à la parité et à la périodicité, il suffit d'étudier les fonctions sur $[0; \pi]$, puis de compléter par symétries et translations.

Sur
 $[0; \pi]$

Variations

COS

décroissante de 1 à -1

SIN

croissante de 0 à 1 sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, puis décroissante de 1 à 0 sur $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

Enfin, ces deux fonctions sont dérivables sur $\mathbb{R}$, avec $\cos'(x) = -\sin x$ et $\sin'(x) = \cos x$: à l'origine, la courbe du sinus a pour tangente la droite de pente $\cos 0 = 1$.

E**Exemple 7**

a) Étudie la parité de $f(x) = x \sin x$. b) Pour $g(x) = \cos x + \sin x$, calcule $g\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi\right) - g\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

a) Pour tout réel x , $f(-x) = (-x) \sin(-x) = (-x)(-\sin x) = x \sin x = f(x)$: f est **paire**.

b) Pour g , la période 2π donne $g\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi\right) = g\left(\frac{\pi}{2}\right)$, donc la différence vaut **0**.

À retenir

- π radians = 180° ; sur un cercle de rayon r , un angle de θ radians intercepte un arc de longueur $r\theta$.
- Les réels x et $x + 2k\pi$ repèrent le même point du cercle trigonométrique ; la mesure principale est dans $] -\pi ; \pi]$.
- $M(\cos x ; \sin x)$, avec $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ et des valeurs toujours comprises entre -1 et 1 .
- Valeurs remarquables : connais les lignes de cosinus et de sinus pour $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$.
- Angles associés : $-x, \pi - x, \pi + x, \frac{\pi}{2} - x$ donnent des symétries sur le cercle.
- $\cos x = \cos a$ donne $x = \pm a + 2k\pi$; $\sin x = \sin a$ donne $x = a + 2k\pi$ ou $x = \pi - a + 2k\pi$.
- Cosinus : paire ; sinus : impaire ; toutes deux de période 2π ; $\cos' = -\sin$ et $\sin' = \cos$.

Le livre de cours de maths 1ère

Tout le programme en un seul PDF de 103 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Zyro te conseille la suite

Exercices de maths

Trigonométrie : exercices de maths 1ère

Contrôles de maths

Trigonométrie : contrôle de maths 1ère

QCM de maths

Trigonométrie : QCM de maths 1ère

Exercices de maths

Produit scalaire : exercices de maths 1ère

 Exercices de maths

Géométrie repérée : exercices de maths
1ère

 Contrôles de maths

Produit scalaire : contrôle de maths 1ère

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage