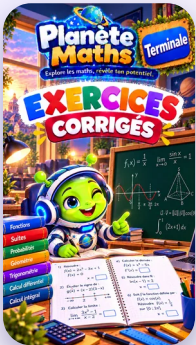


Fonctions trigonométriques : exercices corrigés de maths Terminale à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Terminale

Tout le programme en un seul PDF de 148 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigés rédigés des exercices du chapitre. Vérifie chaque étape, puis corrige-toi.

1 Degrés et radians



On utilise $x^\circ = \frac{x\pi}{180}$ rad. $45^\circ = \frac{45\pi}{180} = \frac{\pi}{4}$; $120^\circ = \frac{120\pi}{180} = \frac{2\pi}{3}$; $270^\circ = \frac{270\pi}{180} = \frac{3\pi}{2}$

2 Radians et degrés



On remplace π par 180° . $\frac{\pi}{6} = \frac{180}{6} = 30^\circ$; $\frac{5\pi}{4} = \frac{5 \times 180}{4} = 225^\circ$;
 $\frac{7\pi}{6} = \frac{7 \times 180}{6} = 210^\circ$.

3 Valeurs remarquables



Par lecture du tableau et du cercle : $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$; $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos \frac{\pi}{2} = 0$; $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$; $\sin \pi = 0$ (le point associé à π est $(-1 ; 0)$).

4 Une horloge



La pointe décrit un arc de cercle de rayon $r = 6$ cm. Sa longueur est $r\theta = 6 \times \frac{2\pi}{3} = 4\pi$ cm.

Or $4\pi \approx 12,57$: la pointe parcourt environ 12,57 cm.

5 Ramener dans $]-\pi ; \pi]$



On retire ou ajoute des multiples de 2π .

$\frac{7\pi}{3} - 2\pi = \frac{\pi}{3}$; $\frac{11\pi}{4} - 2\pi = \frac{3\pi}{4}$; $-\frac{9\pi}{2} + 4\pi = -\frac{\pi}{2}$. Chaque résultat est bien dans $]-\pi ; \pi]$.

6 Premières dérivées



$f'(x) = 3 \cos x - 2 \sin x$; $g'(x) = -5 \sin x - 1$; $h'(x) = 2 \cos(2x)$ (dérivée de $\sin(ax + b)$ avec $a = 2$).

7 Pair, impair, ni l'un ni l'autre



Le domaine $\mathbb{R}$ est symétrique par rapport à 0.

$$f(-x) = (-x) \sin(-x) = (-x)(-\sin x) = x \sin x = f(x) : f \text{ est paire.}$$

$$g(-x) = (-x) \cos(-x) = -x \cos x = -g(x) : g \text{ est impaire.}$$

$h(\frac{\pi}{2}) = 2$ et $h(-\frac{\pi}{2}) = 0$: on n'a ni $h(-x) = h(x)$ ni $h(-x) = -h(x)$, donc h n'est ni paire ni impaire.

8 Valeurs exactes par symétrie



$$\cos \frac{2\pi}{3} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2} ; \sin \frac{2\pi}{3} = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} ; \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}.$$

$$\cos \frac{5\pi}{6} = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2} ; \sin \frac{7\pi}{6} = \sin\left(\frac{\pi}{6} + \pi\right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}.$$

9 Deux équations simples



Comme $\frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3}$, $\cos x = \cos \frac{\pi}{3} \iff x = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi$. Dans $] -\pi ; \pi]$:

$$S = \left\{ -\frac{\pi}{3} ; \frac{\pi}{3} \right\}.$$

Comme $-\frac{\sqrt{2}}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$, les solutions sont $x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi$ ou $x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$. Dans

$$[0 ; 2\pi[: S = \left\{ \frac{5\pi}{4} ; \frac{7\pi}{4} \right\}.$$

10 Vrai ou faux ?



- a. Faux : $\cos(x + \pi) = -\cos x$. Contre-exemple : pour $x = 0$, $\cos \pi = -1 \neq 1 = \cos 0$.
- b. Vrai : les points associés à x et $\pi - x$ sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées, ils ont la même ordonnée.
- c. Faux : pour $x = \frac{\pi}{4}$, $\sin \frac{\pi}{2} = 1$ alors que $2 \sin \frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \neq 1$.

11 Retrouver le cosinus



De $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, on tire $\cos^2 x = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$, donc $\cos x = \pm \frac{4}{5}$.

Sur $\left] \frac{\pi}{2} ; \pi \right[$, le cosinus est négatif : $\cos x = -\frac{4}{5}$.

Alors $\cos(\pi - x) = -\cos x = \frac{4}{5}$ et $\sin(\pi - x) = \sin x = \frac{3}{5}$.

12 Dériver des produits et quotients



$f'(x) = \sin x + x \cos x$ (produit).

$g = \cos^2$, de la forme u^2 avec $u = \cos$: $g'(x) = 2 \cos x \times (-\sin x) = -2 \sin x \cos x$.

h est un quotient :

$$h'(x) = \frac{\cos x(2 + \cos x) - \sin x \times (-\sin x)}{(2 + \cos x)^2} = \frac{2 \cos x + \cos^2 x + \sin^2 x}{(2 + \cos x)^2} = \frac{2 \cos x + 1}{(2 + \cos x)^2}$$

13 Trois limites en 0



$$\frac{\sin(5x)}{x} = 5 \times \frac{\sin(5x)}{5x} \rightarrow 5 \times 1 = 5.$$

$$\frac{\sin x}{2x} = \frac{1}{2} \times \frac{\sin x}{x} \rightarrow \frac{1}{2}.$$

Pour x proche de 0 non nul, $\frac{\sin(3x)}{\sin(2x)} = \frac{\sin(3x)}{3x} \times \frac{2x}{\sin(2x)} \times \frac{3}{2} \rightarrow 1 \times 1 \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2}.$

14 Tangentes à la sinusoïde



La tangente en a a pour équation $y = f'(a)(x - a) + f(a)$, avec $f' = \cos$.

En 0 : $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$, donc $y = x$.

En $\frac{\pi}{3}$: $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$, donc $y = \frac{1}{2}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}.$

15 Étude d'une fonction avec un terme affine

★★★

- a. $f'(x) = 2 \cos x - 1$. Sur $[0; \pi]$, $f'(x) = 0 \iff \cos x = \frac{1}{2} \iff x = \frac{\pi}{3}$. Comme le cosinus décroît de 1 à -1 sur $[0; \pi]$, $f' > 0$ sur $\left[0; \frac{\pi}{3}\right[$ et $f' < 0$ sur $\left]\frac{\pi}{3}; \pi\right]$.
- b. On calcule $f(0) = 0$, $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \approx 0,685$ et $f(\pi) = -\pi$.

x	0	$\frac{\pi}{3}$	π
$f'(x)$	+	0	—
$f(x)$	0 ↗	$\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$	↘ $-\pi$

- c. Sur $\left]0; \frac{\pi}{3}\right]$, f est strictement croissante avec $f(0) = 0$, donc $f > 0$: pas de solution.
- Sur $\left[\frac{\pi}{3}; \pi\right]$, f est continue, strictement décroissante, et passe de 0,685 à $-\pi$: d'après le théorème des valeurs intermédiaires, il existe une unique solution α .

À la calculatrice, $f(1,89) \approx 0,009 > 0$ et $f(1,90) \approx -0,007 < 0$: $1,89 < \alpha < 1,90$.

16 Une équation du second degré en $\cos x$

★★★

On pose $X = \cos x$: $2X^2 - 3X + 1 = 0$, soit $(2X - 1)(X - 1) = 0$, donc $X = \frac{1}{2}$ ou $X = 1$.

$\cos x = 1$ donne $x = 0$ dans $[0; 2\pi[$.

$\cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3}$ donne $x = \frac{\pi}{3}$ ou $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi = \frac{5\pi}{3}$.

Ainsi $S = \left\{0; \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}\right\}$.

17 Deux inéquations sur le cercle

★★★★

(a) Les points du cercle d'ordonnée $\frac{1}{2}$ correspondent à $\frac{\pi}{6}$ et $\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$. Les points d'ordonnée au moins $\frac{1}{2}$ sont sur l'arc situé au-dessus de la droite $y = \frac{1}{2}$: $S = \left[\frac{\pi}{6} ; \frac{5\pi}{6} \right]$.

(b) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ pour $x = \frac{3\pi}{4}$ et $x = \frac{5\pi}{4}$. Les points d'abscisse strictement inférieure à $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ sont sur l'arc de gauche : $S = \left] \frac{3\pi}{4} ; \frac{5\pi}{4} \right[$.

18 $\sin(2x) = \sin(x)$

★★★★

$$\sin(2x) = \sin x \iff 2x = x + 2k\pi \text{ ou } 2x = \pi - x + 2k\pi.$$

Première famille : $x = 2k\pi$, soit $x = 0$ dans $[0 ; 2\pi[$.

Seconde famille : $3x = \pi + 2k\pi$, soit $x = \frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{3}$, qui donne $\frac{\pi}{3}$, π et $\frac{5\pi}{3}$ pour $k = 0, 1, 2$.

$$S = \left\{ 0 ; \frac{\pi}{3} ; \pi ; \frac{5\pi}{3} \right\}.$$

19 Limites par encadrement et par transformation

★★★★

(a) Pour $x > 0$, $-1 \leq \sin x \leq 1$ donne $-\frac{1}{x} \leq \frac{\sin x}{x} \leq \frac{1}{x}$. Les deux bornes tendent vers 0 : d'après le théorème des gendarmes, la limite est 0.

(b) Pour x proche de 0 non nul,

$$\frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{x^2(1 + \cos x)} = \frac{\sin^2 x}{x^2(1 + \cos x)} = \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 \times \frac{1}{1 + \cos x}.$$

Quand $x \rightarrow 0$, $\left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 \rightarrow 1$ et $\frac{1}{1 + \cos x} \rightarrow \frac{1}{2}$. La limite vaut $\frac{1}{2}$.

20

La grande roue

- a. $h(0) = 12 - 10 \cos 0 = 2$ m. Le maximum est atteint quand $\cos \frac{\pi t}{3} = -1$, c'est-à-dire $\frac{\pi t}{3} = \pi$, soit $t = 3$ min : $h(3) = 12 + 10 = 22$ m.
- b. $h(t) \geq 17 \iff -10 \cos \frac{\pi t}{3} \geq 5 \iff \cos \frac{\pi t}{3} \leq -\frac{1}{2}$. Avec $\frac{\pi t}{3} \in [0; 2\pi]$, cela donne $\frac{2\pi}{3} \leq \frac{\pi t}{3} \leq \frac{4\pi}{3}$, soit $2 \leq t \leq 4$. La nacelle reste au-dessus de 17 m pendant 2 minutes.
- c. $h'(t) = -10 \times \left(-\frac{\pi}{3}\right) \sin \frac{\pi t}{3} = \frac{10\pi}{3} \sin \frac{\pi t}{3}$. Donc
 $h'(1) = \frac{10\pi}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\pi\sqrt{3}}{3} \approx 9,1$ m/min.

Le livre d'exercices corrigés de maths Terminale

Tout le programme en un seul PDF de 148 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)**Entraîne-toi : défi express de Terminale**[Changer de niveau](#)**Niveau : Terminale**

6 questions au hasard, correction tout de suite.

**Lancer le défi**

 Zyro te conseille la suite

 Exercices de maths

Fonctions trigonométriques : exercices de maths Terminale

 QCM de maths

Fonctions trigonométriques : QCM de maths Terminale

 Contrôles de maths

Fonctions trigonométriques : contrôle de maths Terminale

 Exercices de maths

Géométrie dans l'espace : exercices de maths Terminale

 Exercices de maths

 QCM de maths

Combinatoire et dénombrement :
exercices de maths Terminale

Géométrie dans l'espace : QCM de maths
Terminale

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage