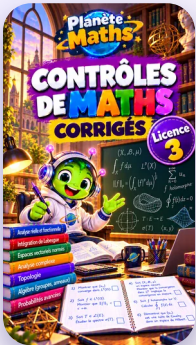


Topologie des espaces métriques : corrigé du contrôle de maths Licence L3 à télécharger en PDF



Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L3

Tout le programme en un seul PDF de 52 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigé du contrôle avec le barème détaillé. Compte tes points et repère ce qu'il faut revoir.

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice autorisée seulement quand l'énoncé le précise.

1 Distances et normes

/ 3 pts

1. Sur $\mathbb{R}$ non : $d(-1, 1) = 0$ avec $-1 \neq 1$ (1 pt). Sur $[0, +\infty[$, $t \mapsto t^2$ est injective, donc la séparation tient ; symétrie et inégalité triangulaire viennent de la valeur absolue : c'est une distance (1 pt).

2. $\|x\|_1 = 5$, $\|x\|_2 = \sqrt{4 + 1 + 4} = 3$, $\|x\|_\infty = 2$ (1 pt).

2 Ouverts, fermés, adhérence

/ 3 pts

$\mathring{A} =]-1, 2[$ (1 pt). $\overline{A} = [-1, 2] \cup \{4\}$ (1 pt). $\partial A = \{-1, 2, 4\}$; A n'est pas ouvert (2 n'est pas intérieur) et pas fermé ($-1 \in \overline{A} \setminus A$) (1 pt).

3 Suites

/ 3 pts

La limite est $L = (0, 1)$ (1 pt). On a $\|u_n - L\|_\infty = \max\left(\frac{1}{n}, \frac{1}{n+1}\right) = \frac{1}{n}$ (1 pt).
 $\frac{1}{n} < 0,05 \iff n > 20 : N = 21$ convient (1 pt).

4 Continuité et compacité

/ 4 pts

1. $[0, 3]$ est fermé borné de $\mathbb{R}$, donc compact, et f est continue : elle atteint ses bornes (2 pts).

2. $f'(x) = (1 - x)e^{-x}$: f croît sur $[0, 1]$ et décroît sur $[1, 3]$. Maximum $f(1) = e^{-1} \approx 0,368$ (1 pt). Minimum : $f(0) = 0$ et $f(3) = 3e^{-3} \approx 0,149$, donc le minimum vaut 0 en $x = 0$ (1 pt).

5 Connexité

/ 3 pts

g est continue, $g(0) = -1 < 0$, $g(1) = 1 > 0$: le théorème des valeurs intermédiaires (conservation de la connexité) donne une racine (1 pt). $g'(x) = 3x^2 + 1 > 0$: g strictement croissante, donc la racine est unique (1 pt). $g(0,68) \approx -0,0056 < 0$ et $g(0,69) \approx 0,0185 > 0$: la racine est dans $[0,68; 0,69]$ (1 pt).

6 Point fixe

/ 4 pts

1. $|f(x) - f(y)| = \frac{1}{4}|x - y|$: contraction de rapport $\frac{1}{4}$ sur $\mathbb{R}$ complet (1 pt).

$\ell = \frac{1}{2} + \frac{\ell}{4} \iff \ell = \frac{2}{3}$ (1 pt).

2. $u_1 = \frac{1}{2}$, $u_2 = \frac{5}{8}$, $u_3 = \frac{21}{32}$ (1 pt). $|u_3 - \ell| = \frac{2}{3} - \frac{21}{32} = \frac{1}{96}$, égal à $\left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \frac{2}{3}$ (1 pt).

Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L3

Tout le programme en un seul PDF de 52 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Zyro te conseille la suite

Contrôles de maths

Topologie des espaces métriques :
contrôle de maths Licence L3

Cours de maths

Topologie des espaces métriques : cours
de maths Licence L3

QCM de maths

Topologie des espaces métriques : QCM
de maths Licence L3

Contrôles de maths

Espaces complets et point fixe : contrôle
de maths Licence L3



Contrôles de maths

Mesure et intégrale de Lebesgue :
contrôle de maths Licence L3



Cours de maths

Espaces complets et point fixe : cours de
maths Licence L3

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage