

Topologie des espaces métriques et normés : contrôle de maths Licence L2 à télécharger en PDF



Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L2

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice autorisée seulement quand l'énoncé le précise.

1

Normes d'un vecteur de $\mathbb{R}^3$

/ 4 pts

Soit $x = (-2, 6, -9)$ et $y = (1, -2, 2)$ dans $\mathbb{R}^3$.

- Calculer $\|x\|_1$, $\|x\|_2$ et $\|x\|_\infty$.
- Calculer $\|x - y\|_1$ et $\|x - y\|_\infty$.
- Vérifier la chaîne $\|x\|_\infty \leq \|x\|_2 \leq \|x\|_1 \leq 3\|x\|_\infty$.

2 Topologie d'une partie de $\mathbb{R}$

/ 3 pts

Soit $A = [0, 1[\cup \{2\} \cup \{3 - \frac{1}{n} : n \geq 2\} \subset \mathbb{R}$.

- Déterminer l'intérieur de A .
- Déterminer l'adhérence de A .
- Déterminer la frontière de A . A est-elle ouverte ? fermée ?

3 Une suite du plan et un compact

/ 3 pts

Soit $u_n = \left(\frac{2n^2 + 1}{n^2 + n}, \left(\frac{1}{2}\right)^n \right) \in \mathbb{R}^2$ pour $n \geq 1$, muni de $\|\cdot\|_\infty$.

- Déterminer la limite ℓ de (u_n) .
- Montrer que $\|u_n - \ell\|_\infty \leq \frac{2}{n}$, et trouver un rang N à partir duquel $\|u_n - \ell\|_\infty < 0,01$.
- Montrer que $K = \{u_n : n \geq 1\} \cup \{\ell\}$ est compact.

4 Norme d'opérateur d'un endomorphisme du plan

/ 4 pts

Soit $u : (\mathbb{R}^2, \|\cdot\|_\infty) \rightarrow (\mathbb{R}^2, \|\cdot\|_\infty)$ définie par $u(x, y) = (x + 2y, 3x - y)$.

- Montrer que $\|u(x, y)\|_\infty \leq 4\|(x, y)\|_\infty$.
- Déterminer la norme d'opérateur de u .
- Montrer que u est bijective et que u^{-1} est continue.

5 Extrema d'une forme linéaire sur un losange

/ 3 pts

Soit $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 2\}$ et $f(x, y) = x + 3y$.

- Montrer que K est compact.
- Déterminer le maximum de f sur K et un point où il est atteint.

6 Point fixe de $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\sin x$

/ 3 pts

Soit $g(x) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\sin x$ sur $\mathbb{R}$.

- Montrer que g est une contraction de $\mathbb{R}$.
- En déduire l'existence et l'unicité d'une solution ℓ de $g(x) = x$.
- Pour $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = g(u_n)$, montrer que $|u_n - \ell| \leq \frac{4}{9} \left(\frac{1}{4}\right)^n$.

Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L2

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre



Entraîne-toi : défi express de Licence L2

Changer de niveau

Niveau : Licence L2

6 questions au hasard, correction tout de suite.



Lancer le défi



Zyro te conseille la suite

 Corrigés de contrôles de maths

Topologie des espaces métriques et normés : corrigé du contrôle de maths Licence L2

 Cours de maths

Topologie des espaces métriques et normés : cours de maths Licence L2

 Exercices de maths

Topologie des espaces métriques et normés : exercices de maths Licence L2

 Corrigés de contrôles de maths

Calcul différentiel à plusieurs variables : corrigé du contrôle de maths Licence L2

 Corrigés de contrôles de maths

Intégrales généralisées et à paramètre : corrigé du contrôle de maths Licence L2

 Cours de maths

Calcul différentiel à plusieurs variables : cours de maths Licence L2

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage