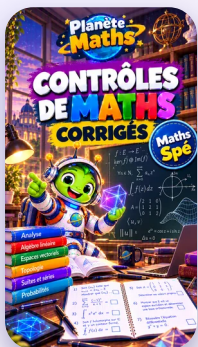


Topologie des espaces vectoriels normés : contrôle de maths Maths Spé à télécharger en PDF



Le livre de contrôles corrigés de maths Maths Spé

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice autorisée seulement quand l'énoncé le précise.

1

Une norme sur $\mathbb{R}^2$

/ 4 pts

On pose $N(x, y) = |2x + y| + |y|$.

- 1) Montrer que N est une norme sur $\mathbb{R}^2$.
- 2) Déterminer les sommets de la boule unité fermée de N et son aire (c'est un parallélogramme).
- 3) Établir $N_\infty \leq N \leq 4N_\infty$ et préciser des cas d'égalité.

2 Une suite particulière

/ 4 pts

Soit $A = \left\{ \frac{1}{n} : n \geq 1 \right\} \subset \mathbb{R}$.

- 1) Déterminer l'intérieur de A .
- 2) Déterminer l'adhérence de A (justifier avec des suites).
- 3) A est-elle fermée ? Montrer que $A \cup \{0\}$ est compacte.

3 Extrema sous contraintes

/ 3 pts

Soit $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, x + y \geq 1\}$ et $g(x, y) = x + y$.

- 1) Montrer que K est compact.
- 2) Montrer que g atteint un maximum et un minimum sur K , puis les déterminer.

4 Deux normes non équivalentes

/ 3 pts

Dans $\mathcal{C}([0, 1])$, on pose $g_n(t) = \max(0, 1 - nt)$ pour $n \geq 1$.

- 1) Calculer $\|g_n\|_\infty$ et $\|g_n\|_1$.
- 2) En déduire que $\|\cdot\|_\infty$ et $\|\cdot\|_1$ ne sont pas équivalentes.

5 Évaluation en zéro

/ 3 pts

Sur $\mathcal{C}([0, 1])$, on définit $T(f) = f(0)$.

- 1) Montrer que T est continue pour $\|\cdot\|_\infty$ et calculer $\|T\|$.
- 2) En considérant $h_n(t) = (1 - t)^n$, montrer que T n'est pas continue pour $\|\cdot\|_1$.

6

Un point fixe à approcher

/ 3 pts

Soit $f(x) = 2 + \frac{1}{4}\sin x$ et $u_0 = 2$, $u_{n+1} = f(u_n)$. Calculatrice autorisée pour la question 2.

- 1) Montrer que f a un unique point fixe ℓ dans $\mathbb{R}$.
- 2) Déterminer le plus petit entier n pour lequel la majoration de Banach garantit $|u_n - \ell| \leq 10^{-8}$.

Le livre de contrôles corrigés de maths Maths Spé

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#) **Zyro te conseille la suite** **Corrigés de contrôles de maths**

Topologie des espaces vectoriels normés
: corrigé du contrôle de maths Maths Spé

 Cours de maths

Topologie des espaces vectoriels normés
: cours de maths Maths Spé

 Exercices de maths

Topologie des espaces vectoriels normés
: exercices de maths Maths Spé

 Corrigés de contrôles de maths

Calcul différentiel : corrigé du contrôle de
maths Maths Spé

 Corrigés de contrôles de maths

Équations différentielles linéaires :
corrigé du contrôle de maths Maths Spé

 Cours de maths

Calcul différentiel : cours de maths
Maths Spé

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage