

Théorème de Thalès : cours de maths 4ème à télécharger en PDF



Le livre de cours de maths 4ème

Tout le programme en un seul PDF de 107 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Une ombre qui s'allonge sur le sol, une lampe qui projette une silhouette sur un mur, la pente d'un toit : à chaque fois, des triangles de **même forme** mais de tailles différentes apparaissent. Dans ce chapitre, tu vas découvrir comment leurs longueurs sont reliées. Tu pourras alors **calculer des longueurs** impossibles à mesurer directement, et même **prouver** que deux droites sont parallèles.

1. Des rapports de longueurs égaux

Un **rapport** de deux longueurs, c'est leur quotient. Quand deux figures ont la même forme, les rapports de longueurs qui se correspondent sont tous égaux : c'est la proportionnalité. Voici deux triangles dont les côtés sont proportionnels :

	Côté 1	Côté 2	Côté 3
Petit triangle (cm)	2	3	4
Grand triangle (cm)	5	7,5	10

Chaque longueur du petit triangle est multipliée par $2,5 : \frac{2}{5} = \frac{3}{7,5} = \frac{4}{10} = 0,4$.

M

Produit en croix

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors $a \times d = b \times c$. On en déduit une inconnue en multipliant les deux nombres « en diagonale » puis en divisant par le troisième.

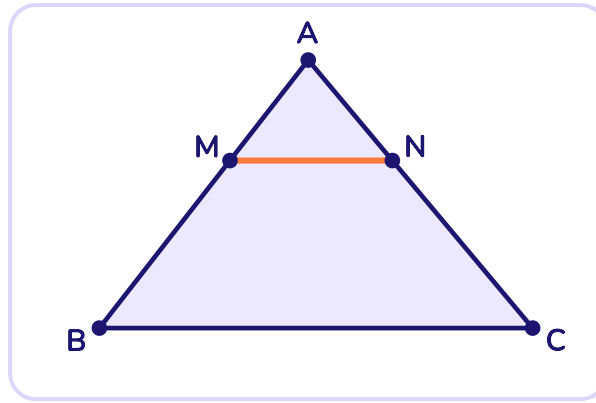
Par exemple, si $\frac{x}{6} = \frac{10}{4}$, alors $x = \frac{6 \times 10}{4} = 15$.

2. La configuration de Thalès

D

Configuration de Thalès

On part d'un triangle ABC . Le point M est sur la droite (AB) , le point N est sur la droite (AC) , et les droites (MN) et (BC) sont **parallèles**. Le triangle AMN se trouve alors « emboîté » dans le triangle ABC .



Dans la figure, le point A est le sommet commun aux deux triangles AMN et ABC . Le segment orange $[MN]$ est parallèle à la base $[BC]$.

3. Le théorème de Thalès

P Théorème de Thalès

Soit ABC un triangle, M un point de la droite (AB) et N un point de la droite (AC) .
Si les droites (MN) et (BC) sont parallèles, alors :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Pour lire cette égalité, **au numérateur**, on met les côtés du petit triangle AMN ; **au dénominateur**, les côtés correspondants du grand triangle ABC . Chaque ligne contient donc un côté de chaque triangle, rangés dans le même ordre.

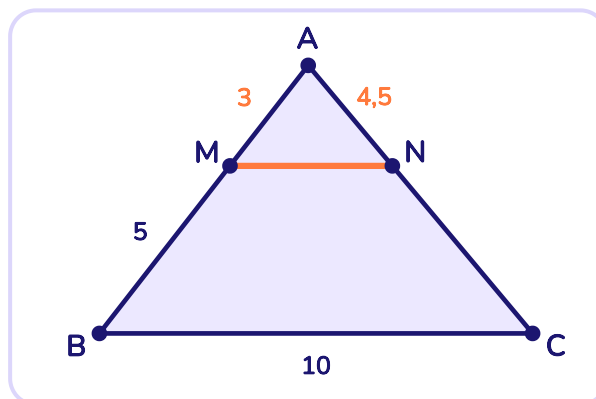
⚠ Piège

Le dénominateur est AB , la longueur **entière** du côté, et non MB . Écrire $\frac{AM}{MB}$ à la place de $\frac{AM}{AB}$ est l'erreur la plus fréquente. Le théorème exige aussi que (MN) soit parallèle à (BC) : sans parallèles, on n'a pas le droit de l'utiliser.

4. Calculer une longueur

M Méthode

1. Repère les deux droites parallèles et le sommet commun des deux triangles.
2. Vérifie que M est sur (AB) et N sur (AC) , puis écris la phrase : « Les droites (MN) et (BC) sont parallèles, donc d'après le théorème de Thalès... ».
3. Écris l'égalité des trois rapports.
4. Garde deux rapports dont tu connais assez de longueurs, remplace par les valeurs et fais le produit en croix.
5. Termine par une phrase avec l'unité.



E Exemple 1

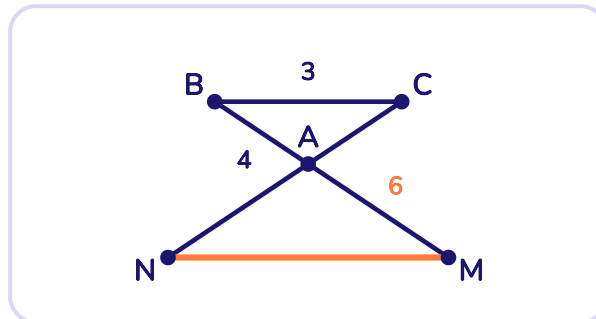
Sur la figure, $(MN) \parallel (BC)$, $AM = 3$ cm, $MB = 5$ cm, $AN = 4,5$ cm et $BC = 10$ cm. Calcule AC et MN .

On a $AB = AM + MB = 8$ cm. Les droites (MN) et (BC) sont parallèles, donc d'après le théorème de Thalès : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$, soit $\frac{3}{8} = \frac{4,5}{AC} = \frac{MN}{10}$.

$$AC = \frac{4,5 \times 8}{3} = 12 \text{ cm et } MN = \frac{3 \times 10}{8} = 3,75 \text{ cm.}$$

5. La configuration en papillon

Le point M peut aussi se trouver de l'autre côté de A , sur le prolongement de $[BA)$. Les deux triangles se touchent alors par leur sommet, comme les ailes d'un papillon, mais l'égalité de Thalès reste exactement la même.



E Exemple 2

Les droites (BM) et (CN) se coupent en A , et $(BC) \parallel (MN)$. On donne $AB = 4$ cm, $AM = 6$ cm, $AC = 5$ cm et $BC = 3$ cm. Calcule AN et MN .

D'après le théorème de Thalès : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$, soit $\frac{6}{4} = \frac{AN}{5} = \frac{MN}{3}$. Le rapport vaut $\frac{6}{4} = 1,5$.

Donc $AN = 1,5 \times 5 = 7,5$ cm et $MN = 1,5 \times 3 = 4,5$ cm.

6. Agrandissement, réduction et triangles semblables

Le rapport commun $k = \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ est le **coefficient** qui fait passer du triangle ABC au triangle AMN . Si $k < 1$, c'est une **réduction** ; si $k > 1$, c'est un **agrandissement**.

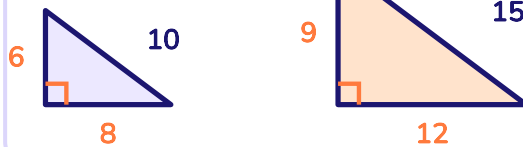
P**Effets d'un coefficient k**

Quand on agrandit ou réduit une figure d'un coefficient k : les longueurs sont multipliées par k , les angles ne changent pas, les aires sont multipliées par k^2 .

D**Triangles semblables**

Deux triangles sont **semblables** si l'un est un agrandissement ou une réduction de l'autre : ils ont les mêmes angles et des côtés proportionnels. Dans une configuration de Thalès, les triangles AMN et ABC sont semblables.

coefficient $k = 1,5$

**E****Exemple 3**

Un triangle rectangle a pour côtés **6**, **8** et **10** cm. On l'agrandit avec $k = 1,5$. Ses côtés deviennent **9**, **12** et **15** cm. Son périmètre passe de **24** cm à **36** cm (multiplié par **1,5**).

Son aire passe de $\frac{6 \times 8}{2} = 24 \text{ cm}^2$ à $\frac{9 \times 12}{2} = 54 \text{ cm}^2$, soit $24 \times 1,5^2 = 24 \times 2,25$.

7. La réciproque : démontrer que deux droites sont parallèles

P

Réciproque du théorème de Thalès

Soit ABC un triangle, M un point de (AB) et N un point de (AC) , placés **dans le même ordre** que B et C par rapport à A (tous deux du même côté de A , ou tous deux de l'autre côté). Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

E

Exemple 4

M est sur $[AB]$ et N sur $[AC]$, avec $AM = 2,4$ cm, $AB = 6$ cm, $AN = 3,2$ cm et $AC = 8$ cm. (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

D'une part $\frac{AM}{AB} = \frac{2,4}{6} = 0,4$. D'autre part $\frac{AN}{AC} = \frac{3,2}{8} = 0,4$. Les rapports sont égaux et les points sont alignés dans le même ordre : d'après la réciproque du théorème de Thalès, $(MN) \parallel (BC)$.

Avec $AM = 3$, $AB = 7$, $AN = 4$ et $AC = 9$, on aurait $\frac{3}{7} \approx 0,43$ et $\frac{4}{9} \approx 0,44$. Le produit en croix donne $3 \times 9 = 27$ et $7 \times 4 = 28$: les rapports sont différents, donc (MN) et (BC) **ne sont pas** parallèles.

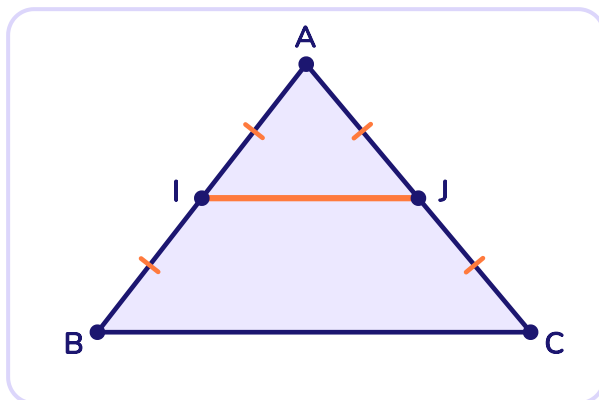
⚠

Piège

Pour la réciproque, tu ne connais pas le parallélisme : c'est ce qu'on cherche. Il faut donc comparer deux rapports calculés avec les **mêmes** côtés placés au même endroit. Compare toujours les deux rapports par un calcul, jamais « à l'œil ».

8. La droite des milieux

Un cas particulier très utile : quand M et N sont les **milieux** de $[AB]$ et $[AC]$, le coefficient vaut $k = \frac{1}{2}$.



P Théorème de la droite des milieux

Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté, et le segment qu'elle découpe mesure la **moitié** de ce troisième côté. Pour I milieu de $[AB]$ et J milieu de $[AC]$: $(IJ) \parallel (BC)$ et $IJ = \frac{BC}{2}$.

Réciproquement, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un deuxième côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

E Exemple 5

Dans le triangle ABC , I et J sont les milieux de $[AB]$ et $[AC]$, et $BC = 13$ cm. Alors $(IJ) \parallel (BC)$ et $IJ = \frac{13}{2} = 6,5$ cm.

9. Problèmes de longueurs

Le théorème de Thalès sert à calculer des hauteurs ou des distances inaccessibles. Les rayons du soleil sont parallèles : un objet et son ombre forment avec les rayons des triangles semblables.

E

Exemple 6 : la hauteur d'un immeuble

À la même heure, un poteau de **2,5** m projette une ombre de **1,5** m, tandis que l'ombre d'un immeuble mesure **21** m. Le coefficient d'agrandissement vaut $\frac{21}{1,5} = 14$, donc la hauteur de l'immeuble est $2,5 \times 14 = 35$ m.

!

Astuce de Zyro

Sur ma planète, je dessine toujours les deux triangles séparément avant de calculer : le petit à gauche, le grand à droite, avec les côtés qui se correspondent écrits dans le même ordre. Plus aucune confusion de dénominateur !

À retenir

- Dans une configuration de Thalès, $(MN) \parallel (BC)$ donne $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.
- Au dénominateur, on met la longueur **entière** (AB , AC , BC), jamais MB ou NC .
- Le **produit en croix** permet de calculer une longueur inconnue.
- Le **papillon** se traite exactement de la même façon.
- Un agrandissement ou une réduction de coefficient k multiplie les longueurs par k et les aires par k^2 .
- **Réciproque** : deux rapports égaux (points dans le même ordre) prouvent que les droites sont parallèles.
- **Droite des milieux** : $(IJ) \parallel (BC)$ et $IJ = \frac{BC}{2}$.

Le livre de cours de maths 4ème

Tout le programme en un seul PDF de 107 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre



Entraîne-toi : défi express de 4ème

Changer de niveau

Niveau : 4ème

6 questions au hasard, correction tout de suite.



Lancer le défi

 Zyro te conseille la suite

 Exercices de maths

Théorème de Thalès : exercices de maths
4ème

 Contrôles de maths

Théorème de Thalès : contrôle de maths
4ème

 QCM de maths

Théorème de Thalès : QCM de maths
4ème

 Exercices de maths

Cosinus d'un angle aigu : exercices de
maths 4ème

 Exercices de maths

 Contrôles de maths

Prismes, cylindres et volumes : exercices
de maths 4ème

Cosinus d'un angle aigu : contrôle de
maths 4ème

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage