

Théorème de Thalès : cours de maths 3ème à télécharger en PDF



Le livre de cours de maths 3ème

Tout le programme en un seul PDF de 109 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Comment mesurer la hauteur d'un arbre sans y grimper ? Comment vérifier que deux poutres d'une charpente sont bien parallèles sans sortir de niveau ? Une même idée répond aux deux questions : quand on trace une droite parallèle à un côté d'un triangle, on fabrique un petit triangle qui est la **copie réduite** du grand, et toutes ses longueurs sont proportionnelles à celles du grand. C'est le **théorème de Thalès**, un outil que tu retrouveras au brevet.

1. Parallèles et proportionnalité

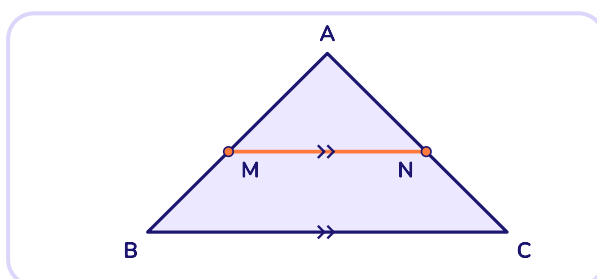
Dessine un triangle ABC , puis choisis un point M sur le côté $[AB]$ et trace la parallèle à (BC) passant par M : elle coupe $[AC]$ en un point N . Le petit triangle AMN a **la même forme** que ABC , seule sa taille change. Quand on passe de ABC à AMN , chaque longueur est multipliée par le même nombre, par exemple **0,4**. C'est cette proportionnalité que le théorème de Thalès exprime avec des quotients.

2. Le théorème de Thalès

P Théorème de Thalès

Soit ABC un triangle, M un point de la droite (AB) et N un point de la droite (AC) .
Si les droites (MN) et (BC) sont **parallèles**, alors les longueurs des côtés des triangles AMN et ABC sont proportionnelles :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



Dans les trois quotients, le numérateur est une longueur du **petit** triangle AMN et le dénominateur la longueur correspondante du **grand** triangle ABC . Le côté $[AM]$ correspond à $[AB]$, le côté $[AN]$ à $[AC]$ et le côté $[MN]$ à $[BC]$. Le nombre commun aux trois quotients est le **rapport** de réduction.

! Astuce de Zyro

Sur ma planète, on range toujours les longueurs du petit triangle en haut et celles du grand en bas, dans le même ordre : sommet, premier point, deuxième point. Avec cette habitude, impossible de mélanger les côtés !

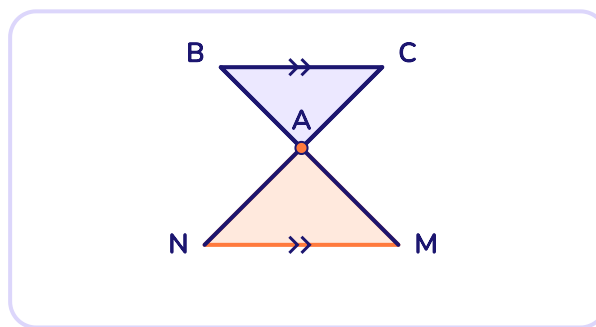


Piège

Le théorème ne marche que si les droites sont **parallèles** : il faut le dire dans la rédaction. De plus, $\frac{AM}{MB}$ n'apparaît pas dans l'égalité de Thalès : le dénominateur est la longueur **entière** AB , pas le morceau MB .

3. La configuration en papillon

Le théorème s'applique aussi quand M et N sont de l'autre côté du point A : les points B, A, M sont alignés dans cet ordre, de même que C, A, N , et (MN) est parallèle à (BC) . On obtient deux triangles « tête-bêche » qui forment un papillon.



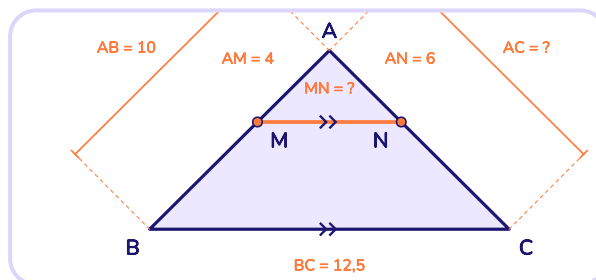
Les égalités sont exactement les mêmes : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$. Seule la figure change. Dans le papillon, le rapport peut être plus grand que **1** : le triangle AMN est alors un **agrandissement** de ABC .

4. Calculer une longueur

M

Méthode

1. Repère les deux droites sécantes, le point de croisement **A** et les deux droites parallèles.
2. Écris l'hypothèse : « **(MN)** et **(BC)** sont parallèles », puis cite le théorème de Thalès.
3. Écris les trois quotients de l'égalité de Thalès, puis remplace par les valeurs connues.
4. Garde **deux quotients** : celui qui est entièrement connu et celui qui contient l'inconnue, puis utilise le **produit en croix** : si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors $d = \frac{b \times c}{a}$.
5. Conclut par une phrase avec l'unité.



E

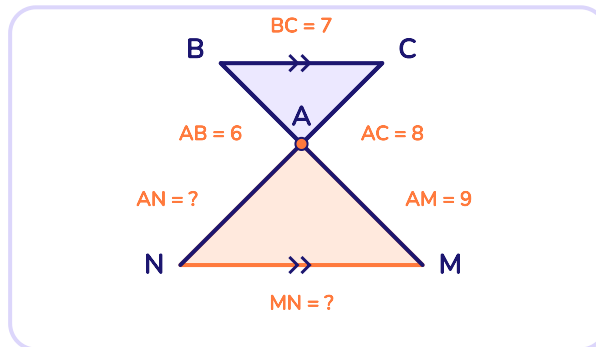
Exemple 1 : le triangle

Sur la figure, $M \in [AB]$, $N \in [AC]$ et $(MN) \parallel (BC)$, avec $AM = 4$ cm, $AB = 10$ cm, $AN = 6$ cm et $BC = 12,5$ cm. Calcule AC et MN .

Les droites (MN) et (BC) sont parallèles, donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}, \text{ soit } \frac{4}{10} = \frac{6}{AC} = \frac{MN}{12,5}.$$

$$AC = \frac{6 \times 10}{4} = 15 \text{ cm et } MN = \frac{12,5 \times 4}{10} = 5 \text{ cm.}$$



E

Exemple 2 : le papillon

Les points B, A, M sont alignés, de même que C, A, N , avec $(BC) \parallel (MN)$, $AB = 6$, $AM = 9$, $AC = 8$ et $BC = 7$ (en cm). Calcule AN et MN .

D'après le théorème de Thalès : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$, soit $\frac{9}{6} = \frac{AN}{8} = \frac{MN}{7}$. Le rapport vaut $\frac{9}{6} = 1,5$.

$$AN = \frac{8 \times 9}{6} = 12 \text{ cm et } MN = \frac{7 \times 9}{6} = 10,5 \text{ cm.}$$

5. La réciproque du théorème de Thalès

Le théorème de Thalès part du parallélisme pour obtenir des égalités. La réciproque fait le chemin inverse : à partir de **mesures**, elle permet de **démontrer** que deux droites sont parallèles.

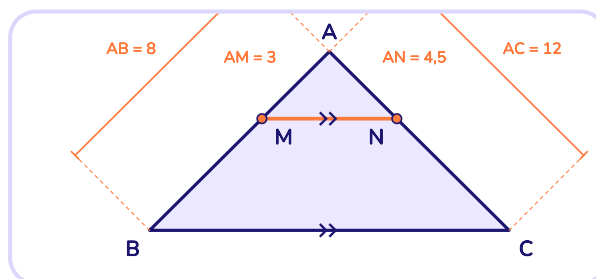
P Réciproque du théorème de Thalès

Soit ABC un triangle, M un point de la droite (AB) et N un point de la droite (AC) .

Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et si les points A, M, B et A, N, C sont alignés **dans le même ordre**, alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

M Méthode

1. Calcule séparément les deux quotients $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$.
2. Compare-les (le produit en croix évite les valeurs approchées).
3. Vérifie que les points sont alignés dans le même ordre.
4. Conclut avec le nom de la réciproque.



E**Exemple 3 : des droites parallèles**

$M \in [AB]$ et $N \in [AC]$ avec $AM = 3$, $AB = 8$, $AN = 4,5$ et $AC = 12$ (en cm).

Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

D'une part $\frac{AM}{AB} = \frac{3}{8} = 0,375$. D'autre part $\frac{AN}{AC} = \frac{4,5}{12} = 0,375$.

Les deux quotients sont égaux et les points A, M, B d'une part, A, N, C d'autre part, sont alignés dans le même ordre : d'après la réciproque du théorème de Thalès, (MN) et (BC) sont parallèles.

6. Prouver que deux droites ne sont pas parallèles

Si les droites étaient parallèles, le théorème de Thalès donnerait des quotients égaux. Donc, **si les quotients sont différents, les droites ne sont pas parallèles** : c'est la contraposée du théorème.

E**Exemple 4 : des droites non parallèles**

$M \in [AB]$ et $N \in [AC]$ avec $AM = 3$, $AB = 7$, $AN = 4$ et $AC = 10$ (en cm). Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

Comparons $\frac{AM}{AB} = \frac{3}{7}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{4}{10}$. Produits en croix : $3 \times 10 = 30$ et $4 \times 7 = 28$.

Comme $30 \neq 28$, les quotients sont différents : d'après la contraposée du théorème de Thalès, (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.



Piège

Deux quotients « presque égaux » ne sont pas égaux ! Ici **0,4286** et **0,4** sont proches, mais différents. Compare toujours par produits en croix ou par fractions exactes, jamais avec des arrondis.

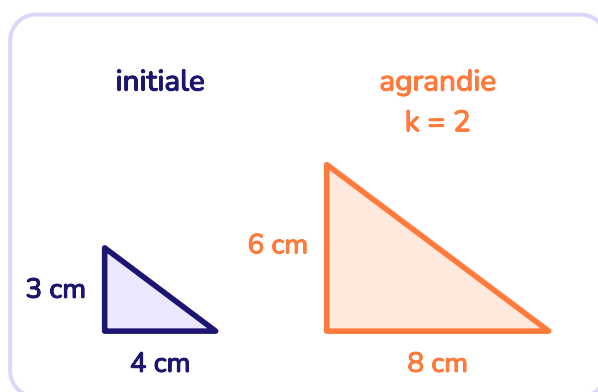
7. Agrandissement, réduction et échelle



Agrandissement et réduction

Une figure obtenue en multipliant toutes les longueurs par un même nombre $k > 0$ est un **agrandissement** si $k > 1$ et une **réduction** si $0 < k < 1$. Les angles ne changent pas. Le nombre k est le **rapport**.

Dans la configuration de Thalès, le triangle AMN est une réduction (ou un agrandissement) de ABC de rapport $k = \frac{AM}{AB}$.



Attention : le rapport ne multiplie pas les aires et les volumes de la même façon que les longueurs.

Rapport k	Longueurs	Aires	Volumes
$k = 2$	$\times 2$	$\times 4$	$\times 8$
$k = 3$	$\times 3$	$\times 9$	$\times 27$
$k = \frac{1}{2}$	$\times \frac{1}{2}$	$\times \frac{1}{4}$	$\times \frac{1}{8}$

Les longueurs sont multipliées par k , les aires par k^2 et les volumes par k^3 . Une échelle de $\frac{1}{80}$ est un rapport de réduction : 1 cm sur la maquette représente 80 cm en vrai.

E Exemple 5 : la maquette

La maquette d'un phare, à l'échelle $\frac{1}{80}$, mesure 21 cm de haut. Quelle est la hauteur réelle du phare ?

Les longueurs réelles sont 80 fois plus grandes : $21 \times 80 = 1\,680$ cm, soit 16,8 m.

E Exemple 6 : les aires

Un rectangle de 4 cm sur 6 cm est agrandi avec le rapport 2,5. Ses dimensions deviennent 10 cm et 15 cm. Son aire passe de 24 cm² à 150 cm², soit $24 \times 2,5^2 = 24 \times 6,25 = 150$ cm² : elle est multipliée par k^2 , pas par k .

8. Rédiger une démonstration

Au brevet, une réponse juste mais mal rédigée perd des points. Une bonne démonstration suit toujours le même schéma en quatre temps.

M**Le plan de rédaction**

1. **Les données** : tu cites les points alignés et le parallélisme (« $M \in (AB)$, $N \in (AC)$ et $(MN) \parallel (BC)$ »).
2. **La propriété** : « donc, d'après le théorème de Thalès » (ou sa réciproque).
3. **L'égalité** avec les valeurs de l'énoncé, puis le calcul étape par étape.
4. **La conclusion** : une phrase avec la grandeur cherchée et son unité.

E**Exemple 7 : une rédaction complète**

Dans le triangle ABC , $M \in [AB]$, $N \in [AC]$ et $(MN) \parallel (BC)$, avec $AB = 15$ cm, $AM = 9$ cm et $BC = 20$ cm. Calcule MN .

Les points A, M, B sont alignés, ainsi que A, N, C , et les droites (MN) et (BC) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès : $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$, soit $\frac{9}{15} = \frac{MN}{20}$.

Donc $MN = \frac{9 \times 20}{15} = 12$. La longueur MN mesure 12 cm.

À retenir

- **Thalès** : si $(MN) \parallel (BC)$, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$, dans le triangle comme dans le papillon.
- Petit triangle au numérateur, grand triangle au dénominateur, toujours dans le même ordre.
- Pour une longueur inconnue : deux quotients et le **produit en croix**.
- **Réciproque** : deux quotients égaux et des points alignés dans le même ordre prouvent le parallélisme.
- Deux quotients **différents** prouvent que les droites **ne sont pas** parallèles.
- Rapport k : longueurs $\times k$, aires $\times k^2$, volumes $\times k^3$.
- Rédige en quatre temps : données, propriété, calcul, conclusion avec l'unité.

Le livre de cours de maths 3ème

Tout le programme en un seul PDF de 109 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

 **Zyro te conseille la suite**

 Exercices de maths

**Théorème de Thalès : exercices de maths
3ème**

 Contrôles de maths

**Théorème de Thalès : contrôle de maths
3ème**

 QCM de maths

**Théorème de Thalès : QCM de maths
3ème**

 Exercices de maths

**Trigonométrie et Pythagore : exercices
de maths 3ème**

 Exercices de maths

**Transformations et homothéties :
exercices de maths 3ème**

 Contrôles de maths

**Trigonométrie et Pythagore : contrôle de
maths 3ème**

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage