

Systèmes de deux équations : cours de maths 3ème à télécharger en PDF



Le livre de cours de maths 3ème

Tout le programme en un seul PDF de 109 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Deux inconnues, deux informations : voilà le décor d'un grand nombre de problèmes de la vie courante, du prix d'un ticket de cinéma au mélange de deux produits. Dans ce chapitre, tu vas apprendre à **écrire** ces situations sous forme de système, à les **résoudre** par deux méthodes algébriques, à les **lire** sur un graphique et à repérer les cas où il n'y a pas de solution. De quoi être prêt pour le brevet !

1. Système de deux équations à deux inconnues

D Système

Un **système de deux équations à deux inconnues** x et y est un ensemble de deux équations qu'on veut vérifier **en même temps**. On l'écrit avec une accolade :

$$\begin{cases} 2x + y = 11 \\ x - 3y = -5 \end{cases}$$

Une seule équation comme $2x + y = 11$ a une infinité de solutions : $(5; 1)$, $(4; 3)$, $(0; 11)$... Ajouter une deuxième condition permet, en général, de ne garder qu'un **seul couple**.

D Solution d'un système

Une **solution** du système est un couple $(x; y)$ de nombres qui vérifie **les deux équations à la fois**. L'ordre compte : x est le premier nombre du couple, y le second.

2. Vérifier qu'un couple est solution

Pour tester un couple, on remplace x et y dans **chaque** équation. Il suffit qu'une seule équation soit fausse pour que le couple ne soit pas solution.

E**Exemple 1**

Le couple $(4; 3)$ est-il solution de $\begin{cases} 2x + y = 11 \\ x - 3y = -5 \end{cases}$? Et le couple $(5; 1)$?

Pour $(4; 3)$: $2 \times 4 + 3 = 11$ et $4 - 3 \times 3 = 4 - 9 = -5$. Les deux égalités sont vraies : c'est une solution.

Pour $(5; 1)$: $2 \times 5 + 1 = 11$ est vrai, mais $5 - 3 \times 1 = 2 \neq -5$. La seconde équation est fausse : ce n'est pas une solution.

3. La méthode par substitution

Le principe : on **exprime une inconnue** à partir d'une équation, puis on la **remplace** (on la substitue) dans l'autre équation. On obtient alors une équation à une seule inconnue, que tu sais résoudre.

M**Méthode par substitution**

1. Choisis une équation et isole une inconnue (de préférence celle dont le coefficient est **1** ou **-1**).
2. Remplace cette inconnue, entre parenthèses, dans l'autre équation.
3. Résous l'équation obtenue.
4. Reporte la valeur trouvée dans l'expression isolée pour trouver l'autre inconnue.
5. Vérifie dans les deux équations et conclus avec une phrase.

E**Exemple 2**

Résous $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ 3x + 2y = 15 \end{cases}$

La première équation donne déjà y . On remplace dans la seconde :

$$3x + 2(2x - 3) = 15.$$

On développe : $3x + 4x - 6 = 15$, donc $7x = 21$ et $x = 3$.

Puis $y = 2 \times 3 - 3 = 3$. Vérification : $3 \times 3 + 2 \times 3 = 15$. Le système a pour solution le couple $(3; 3)$.

**Erreur classique**

Quand tu remplaces une inconnue par une expression qui contient une somme ou une différence, mets des **parenthèses** : $2(2x - 3)$ vaut $4x - 6$, et non $4x - 3$.

4. La méthode par combinaison

Le principe : on **additionne ou soustrait** les deux équations membre à membre pour faire **disparaître** une inconnue. C'est très efficace quand deux coefficients sont opposés ou égaux.

M**Méthode par combinaison**

1. Range les équations sous la forme $ax + by = c$.
2. Multiplie une équation (ou les deux) pour obtenir des coefficients **opposés** ou **égaux** pour une même inconnue.
3. Additionne (coefficients opposés) ou soustrais (coefficients égaux) membre à membre.
4. Résous l'équation à une inconnue, puis reporte dans une équation de départ.
5. Vérifie et conclus.

E**Exemple 3 : coefficients déjà opposés**

Résous $\begin{cases} 3x + 2y = 19 \\ 5x - 2y = 5 \end{cases}$.

Les termes en y sont opposés ($+2y$ et $-2y$). On additionne : $8x = 24$, donc $x = 3$.

On reporte dans la première équation : $9 + 2y = 19$, donc $2y = 10$ et $y = 5$.

Vérification : $5 \times 3 - 2 \times 5 = 5$. Solution : $(3; 5)$.

E**Exemple 4 : il faut multiplier**

Résous $\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 5x - 2y = 4 \end{cases}$.

On multiplie la première équation par **2** et la seconde par **3** : $\begin{cases} 4x + 6y = 26 \\ 15x - 6y = 12 \end{cases}$. Les termes en **y** sont maintenant opposés.

On additionne : **$19x = 38$** , donc **$x = 2$** . Dans la première équation : **$4 + 3y = 13$** , donc **$y = 3$** .

Vérification : **$5 \times 2 - 2 \times 3 = 4$** . Solution : **$(2 ; 3)$** .

!**Astuce de Zyro**

Sur ma planète, on choisit toujours l'inconnue qui demande le moins de travail : regarde les coefficients avant de te lancer, et sers-toi de la substitution quand une inconnue est déjà isolée, de la combinaison sinon !

Situation	Méthode conseillée
Une inconnue est déjà isolée ($y = \dots$ ou $x = \dots$)	Substitution
Une inconnue a un coefficient 1 ou -1	Substitution (ou combinaison)
Des coefficients égaux ou opposés apparaissent	Combinaison directe
Tous les coefficients sont « quelconques »	Combinaison avec multiplications

5. Interprétation graphique

Chaque équation de la forme $ax + by = c$ (avec $b \neq 0$) peut s'écrire $y = mx + p$: c'est l'équation d'une **droite**. Un couple $(x; y)$ est solution d'une équation lorsque le point de coordonnées $(x; y)$ est sur la droite correspondante. Résoudre un système revient donc à chercher les points communs aux deux droites.

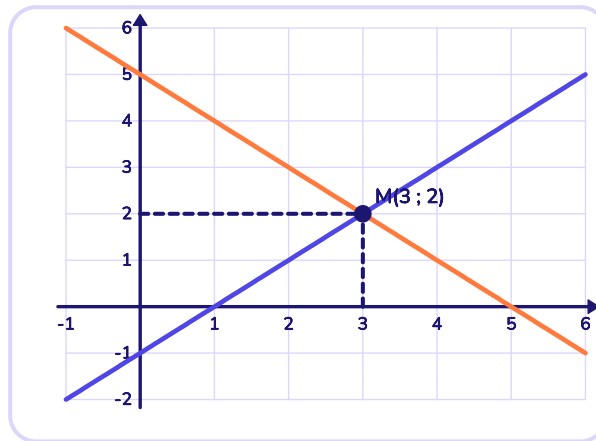
P Lecture graphique

La solution du système est le couple formé par les **coordonnées du point d'intersection** des deux droites.

E**Exemple 5**

Le système $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$ correspond aux droites $d_1 : y = 5 - x$ et $d_2 : y = x - 1$.

Elles se coupent au point $M(3; 2)$.



On lit $M(3; 2)$: la solution est le couple $(3; 2)$. On le confirme par le calcul : $3 + 2 = 5$ et $3 - 2 = 1$. La lecture graphique donne souvent une valeur approchée : le calcul algébrique reste indispensable pour être certain du résultat.

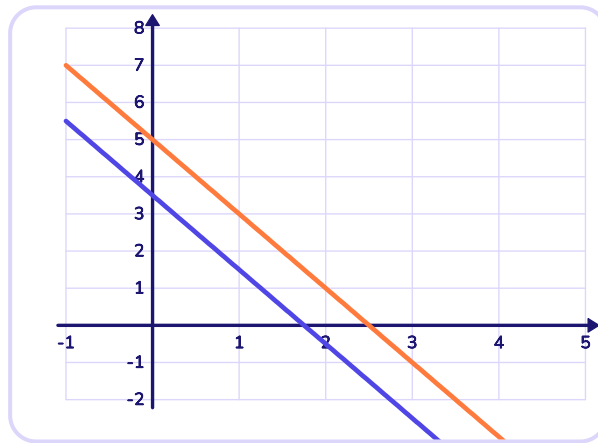
6. Quand il n'y a pas une seule solution

Deux droites du plan peuvent être **sécantes** (un seul point commun), **parallèles** (aucun point commun) ou **confondues** (tous les points sont communs). Cela donne trois cas pour un système.

E**Exemple 6 : aucune solution**

Résous
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x + 2y = 7 \end{cases}$$

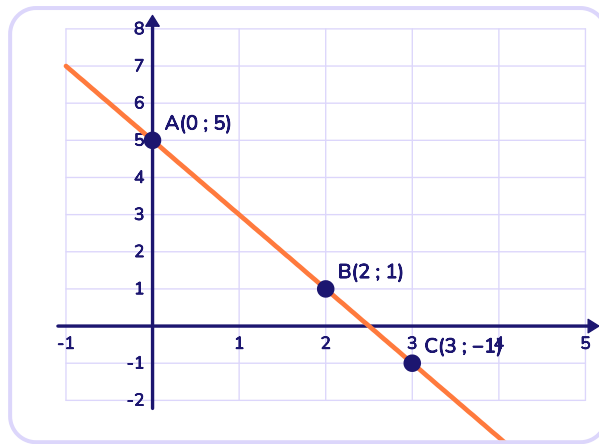
On multiplie la première équation par **2** : $4x + 2y = 10$. Or la seconde équation affirme que $4x + 2y = 7$. Comme $10 \neq 7$, les deux équations se contredisent : le système n'a **aucune solution**. Les droites $y = 5 - 2x$ et $y = 3,5 - 2x$ ont le même coefficient directeur -2 mais des ordonnées à l'origine différentes : elles sont parallèles.



Si, en combinant, tu obtiens une égalité **fausse** comme $0 = 3$, il n'y a aucune solution.

E**Exemple 7 : une infinité de solutions**

Pour
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases}$$
, la seconde équation est le double de la première : les deux équations disent la même chose. En combinant, on obtient $0 = 0$, une égalité toujours vraie. Les deux droites sont confondues : tous les couples $(x ; 5 - 2x)$ conviennent, il y a une **infinité de solutions**.



7. Mettre un problème en système

M

Résoudre un problème

1. **Choisis les inconnues** : écris clairement ce que représentent x et y (avec l'unité).
2. **Traduis** chaque information par une équation.
3. **Résous** le système.
4. **Vérifie** que les valeurs ont du sens dans la situation (un prix positif, un nombre entier de personnes...).
5. **Conclus** par une phrase-réponse.

E**Exemple 8 : au cinéma**

Une famille de **3** adultes et **2** enfants paie **36 €**. Un groupe de **2** adultes et **3** enfants paie **34 €**. Quel est le prix d'une place adulte et d'une place enfant ?

Inconnues. Soit ***a*** le prix d'une place adulte et ***e*** celui d'une place enfant, en euros.

Systeme.
$$\begin{cases} 3a + 2e = 36 \\ 2a + 3e = 34 \end{cases}$$

Résolution. On multiplie la première équation par **3** et la seconde par **2** :

$9a + 6e = 108$ et **$4a + 6e = 68$** . On soustrait : **$5a = 40$** , donc **$a = 8$** . Puis

$24 + 2e = 36$, donc **$e = 6$** .

Vérification. **$2 \times 8 + 3 \times 6 = 16 + 18 = 34$** . **Conclusion.** Une place adulte coûte **8 €** et une place enfant **6 €**.

À retenir

- Une **solution** d'un système est un couple $(x ; y)$ qui vérifie **les deux équations** en même temps.
- Pour tester un couple, on remplace dans **chaque** équation.
- **Substitution** : on isole une inconnue, on la remplace dans l'autre équation (avec des parenthèses).
- **Combinaison** : on additionne ou on soustrait pour éliminer une inconnue, après avoir multiplié si besoin.
- Graphiquement, la solution est le **point d'intersection** des deux droites.
- Droites parallèles : **aucune solution** (on obtient une égalité fausse) ; droites confondues : **infinité de solutions** (on obtient $0 = 0$).
- Pour un problème : inconnues, équations, résolution, **vérification**, phrase-réponse.

Le livre de cours de maths 3ème

Tout le programme en un seul PDF de 109 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

  **Zyro te conseille la suite**

 Exercices de maths

Systèmes de deux équations : exercices de maths 3ème

 Contrôles de maths

Systèmes de deux équations : contrôle de maths 3ème

 QCM de maths

Systèmes de deux équations : QCM de maths 3ème

 Exercices de maths

Notion de fonction : exercices de maths 3ème

 Exercices de maths

Fonctions linéaires et affines : exercices de maths 3ème

 Contrôles de maths

Notion de fonction : contrôle de maths 3ème

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage