

Suites et séries de fonctions : corrigé du contrôle de maths Licence L2 à télécharger en PDF



Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L2

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigé du contrôle avec le barème détaillé. Compte tes points et repère ce qu'il faut revoir.

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice autorisée seulement quand l'énoncé le précise.

1 Sup d'une gaussienne tordue

/ 4 pts

- a) Pour $x \neq 0$, $xe^{-nx^2} \rightarrow 0$; pour $x = 0$, $f_n(0) = 0$. Limite nulle. (1 pt)
- b) $f'_n(x) = e^{-nx^2}(1 - 2nx^2)$ s'annule en $x = 1/\sqrt{2n}$: positive avant, négative après, maximum sur $[0, +\infty[$ égal à $\frac{1}{\sqrt{2n}}e^{-1/2}$. Par imparité, $\|f_n\|_\infty = \frac{e^{-1/2}}{\sqrt{2n}}$. (2 pts)
- c) $\|f_n\|_\infty \rightarrow 0$: la convergence est uniforme sur $\mathbb{R}$. (1 pt)

2 Une singularité en zéro

/ 3 pts

- a) $h(0) = 1$ et $h(x) = 0$ pour $x \in]0, 1]$. (1 pt)
- b) Les h_n sont continues et h est discontinue en 0 : pas de convergence uniforme sur $[0, 1]$. (1 pt)
- c) Sur $[\frac{1}{10}, 1]$, h_n est décroissante, donc
- $$\|h_n - h\|_\infty = h_n(\frac{1}{10}) = \frac{1}{1 + n/10} = \frac{10}{10 + n} \rightarrow 0 : \text{convergence uniforme. (1 pt)}$$

3 Série de cosinus et intégrale

/ 4 pts

- a) $\left| \frac{\cos(nx)}{n^2 + 1} \right| \leq \frac{1}{n^2 + 1} \leq \frac{1}{n^2}$: convergence normale (Weierstrass). Les termes étant continus, S est continue. (2 pts)
- b) La convergence est uniforme et les termes sont continus sur le segment $[0, \pi]$: on intègre terme à terme (1 pt). $\int_0^\pi \frac{\cos(nx)}{n^2 + 1} dx = \frac{\sin(n\pi)}{n(n^2 + 1)} = 0$ pour tout $n \geq 1$, donc $\int_0^\pi S = 0$. (1 pt)

4 Série exponentielle et intégrale

/ 3 pts

- a) $\|x^n/n!\|_{\infty, [0, 1]} = 1/n!$ et $\sum 1/n!$ converge (comparaison avec une série géométrique, ou règle de d'Alembert). (1 pt)
- b) Intégration terme à terme autorisée (convergence uniforme, termes continus) :
- $$\int_0^1 e^x dx = \sum_{n \geq 0} \int_0^1 \frac{x^n}{n!} dx = \sum_{n \geq 0} \frac{1}{(n+1)!} = \sum_{k \geq 1} \frac{1}{k!} \quad (1 \text{ pt}). \text{ Or } \int_0^1 e^x dx = e - 1, \text{ donc}$$
- $$\sum_{k \geq 1} \frac{1}{k!} = e - 1 \approx 1,718. \quad (1 \text{ pt})$$

5 Dérivation et sinus rapides

/ 3 pts

- a) $\|a_n\|_\infty \leq 1/n^2 \rightarrow 0$ et $a'_n(x) = \frac{\cos(nx)}{n}$ donc $\|a'_n\|_\infty \leq 1/n \rightarrow 0$. Le théorème de dérivation s'applique : la limite 0 est C^1 et $0' = \lim a'_n = 0$, cohérent. (1,5 pt)
- b) $\|b_n\|_\infty \leq 1/\sqrt{n} \rightarrow 0$, mais $b'_n(x) = \sqrt{n} \cos(nx)$ et $b'_n(0) = \sqrt{n} \rightarrow +\infty$. La convergence uniforme de (b_n) n'entraîne pas la convergence de (b'_n) : il faut l'hypothèse sur les dérivées. (1,5 pt)

6 Vrai ou faux argumenté

/ 3 pts

- a) Vrai : $\left| \int_0^1 (f_n - f) \right| \leq \|f_n - f\|_\infty \rightarrow 0$. (1 pt)
- b) Faux : x^n sur $[0, 1]$ a pour limite simple une fonction discontinue en 1. (1 pt)
- c) Faux : $\|x^n/n\|_{\infty, [-1, 1]} = 1/n$ et la série harmonique diverge, donc pas de convergence normale (la série diverge d'ailleurs en $x = 1$). (1 pt)

Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L2

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre



Entraîne-toi : défi express de Licence
L2

Changer de niveau

Niveau : Licence L2

6 questions au hasard, correction tout de suite.



Lancer le défi



Zyro te conseille la suite



Contrôles de maths

Suites et séries de fonctions : contrôle de maths Licence L2



Cours de maths

Suites et séries de fonctions : cours de maths Licence L2



QCM de maths

Suites et séries de fonctions : QCM de maths Licence L2



Contrôles de maths

Séries numériques : contrôle de maths Licence L2



Contrôles de maths

Séries entières : contrôle de maths
Licence L2



Cours de maths

Séries numériques : cours de maths
Licence L2

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage