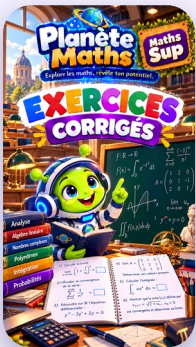


Suites réelles et complexes : exercices de maths Maths Sup à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Maths Sup

Tout le programme en un seul PDF de 134 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

21 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

1 Un rang à partir duquel c'est proche

★ ★ ★

Soit $u_n = \frac{4n - 3}{n + 5}$.

- Calculer $u_n - 4$.
- En déduire que $u_n \rightarrow 4$.
- Trouver le plus petit entier N tel que $|u_n - 4| < 0,01$ pour tout $n \geq N$.

2 Quatre limites à calculer



Déterminer la limite de chaque suite :

a. $a_n = \frac{5n^2 - n + 2}{2n^2 + 3}$;

b. $b_n = \sqrt{n+3} - \sqrt{n}$;

c. $c_n = \frac{(-1)^n}{n+1}$;

d. $d_n = n^3 - 4n^2$.

3 Vrai ou faux ?



Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse, en justifiant (preuve ou contre-exemple).

- a. Toute suite bornée converge.
- b. Toute suite convergente est bornée.
- c. Si $u_n \rightarrow 0$ et si (v_n) est bornée, alors $u_n v_n \rightarrow 0$.
- d. Toute suite croissante tend vers $+\infty$.

4 Encadrer pour conclure



Déterminer les limites de :

a. $p_n = \frac{\sin n}{n^2 + 1}$;

b. $q_n = \frac{2n + (-1)^n}{n}$ pour $n \geq 1$.

5 Monotonie et convergence



Soit $u_n = \frac{3n}{n+2}$.

- Montrer que (u_n) est croissante.
- Montrer que $u_n < 3$ pour tout n .
- Que peut-on dire de sa convergence ? Donner sa limite.

6 Une suite qui explose



On définit $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = 3u_n - 4$.

- Calculer u_1, u_2, u_3, u_4 .
- Trouver le point fixe ℓ de $x \mapsto 3x - 4$ et exprimer u_n en fonction de n .
- Quelle est la limite de (u_n) ?

7 Une suite complexe simple



On pose $z_n = \frac{2n+1}{n+2} + \frac{(-1)^n}{n} i$ pour $n \geq 1$.

- Donner la partie réelle et la partie imaginaire de z_n , puis leurs limites.
- En déduire que (z_n) converge et préciser sa limite.
- Vérifier que $|z_n - 2|^2 = \frac{9}{(n+2)^2} + \frac{1}{n^2}$.

8 Tendre vers l'infini par comparaison



Montrer que :

- $u_n = n + 5 \cos n$ tend vers $+\infty$;
- $v_n = 3^n - 2^n$ tend vers $+\infty$.

9

Une somme prise en sandwich



Pour $n \geq 1$, on pose $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2 + k}$.

- Encadrer chaque terme $\frac{k}{n^2 + k}$ pour $1 \leq k \leq n$.
- En déduire un encadrement de S_n , puis sa limite.

10

Suites adjacentes par alternance



Pour $n \geq 1$, on pose $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k+1}}{k} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \dots$. On étudie $a_n = S_{2n}$ et

$b_n = S_{2n+1}$.

- Montrer que (a_n) est croissante et que (b_n) est décroissante.
- Montrer que $b_n - a_n \rightarrow 0$.
- Conclure, puis encadrer la limite à l'aide de a_1 et b_1 .

11

Un point fixe parmi deux



Soit $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{u_n^2 + 6}{5}$.

- Résoudre $x = \frac{x^2 + 6}{5}$.
- Montrer par récurrence que $1 \leq u_n < 2$ pour tout n .
- Montrer que (u_n) est croissante, puis déterminer sa limite.

12 Équivalents usuels



- Donner un équivalent simple de $a_n = n^2 + 3n - 1$, puis la limite de $\frac{n^2 + 3n - 1}{2n^2 + n}$.
- Montrer que $\sqrt{n+4} - \sqrt{n} \sim \frac{2}{\sqrt{n}}$.
- Sachant que $\sin x \sim x$ quand $x \rightarrow 0$, calculer la limite de $n \sin \frac{3}{n}$.

13 Une suite arithmético-géométrique et sa précision



Soit $u_0 = -4$ et $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3$.

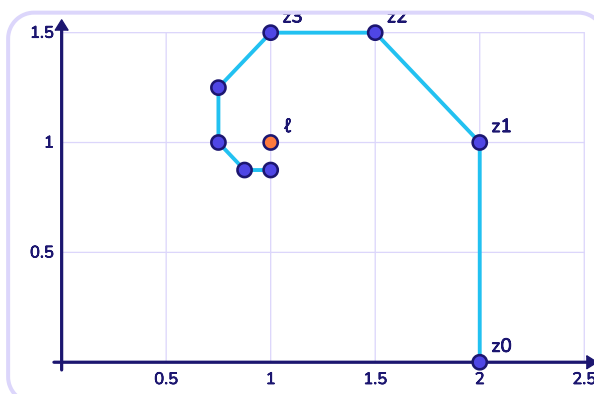
- Déterminer le point fixe ℓ et exprimer u_n .
- Déterminer la limite de (u_n) .
- À partir de quel rang a-t-on $|u_n - \ell| < 10^{-3}$?

14 Une suite complexe qui spirale



Soit $z_0 = 2$ et $z_{n+1} = \frac{1+i}{2}z_n + 1$.

- Calculer z_1, z_2 .
- Déterminer le point fixe ℓ de $z \mapsto \frac{1+i}{2}z + 1$.
- Montrer que $|z_n - \ell| = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n |z_0 - \ell|$, puis que (z_n) converge.



15 Somme des carrés et équivalent



Soit $S_n = \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

- Donner un équivalent simple de S_n .
- En déduire la limite de $\frac{S_n}{n^3}$, puis celle de $\frac{S_n}{n^4}$.

16 Deux sous-suites, une divergence



On pose $u_n = (-1)^n \left(1 + \frac{1}{n}\right)$ pour $n \geq 1$.

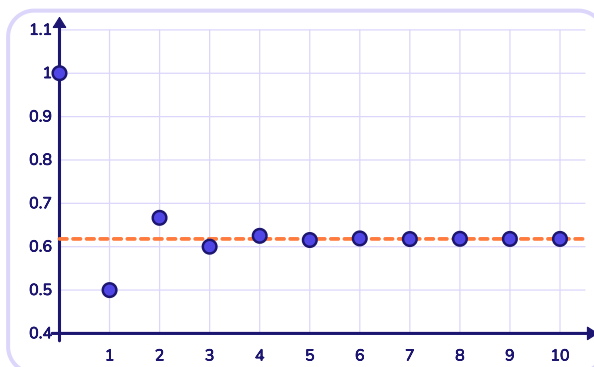
- Montrer que (u_n) est bornée.
- Étudier (u_{2n}) et (u_{2n+1}) .
- La suite (u_n) converge-t-elle ? Que dit le théorème de Bolzano-Weierstrass ici ?

17 Une récurrence décroissante



Soit $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{1}{1+u_n}$. On note $\ell = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ et on admet que $\ell^2 + \ell - 1 = 0$.

- Calculer $u_1, \dots, u_5$ sous forme de fractions.
- Montrer que $\frac{1}{2} \leq u_n \leq 1$ pour tout n .
- Montrer que $|u_{n+1} - \ell| \leq \frac{1}{2}|u_n - \ell|$, puis que $u_n \rightarrow \ell$.



18 Limite par équivalents et logarithme



On admet $\ln(1+x) \sim x$ quand $x \rightarrow 0$.

- Montrer que $\ln\left(1 + \frac{2}{n}\right) \sim \frac{2}{n}$.
- En déduire la limite de $\left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$.
- Déterminer la limite de $\sqrt{n^2 + n} - n$.

19 Une récurrence avec second membre variable



Soit $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 2u_n - n + 1$.

- Calculer u_1, u_2, u_3 .
- On pose $v_n = u_n - n$. Montrer que (v_n) est géométrique.
- En déduire u_n , puis un équivalent de u_n .

20 Deux moyennes qui se rejoignent



On pose $a_0 = 1, b_0 = 9$ et, pour tout n , $a_{n+1} = \sqrt{a_n b_n}, b_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2}$.

- Calculer a_1, b_1, a_2, b_2 .
- Montrer que $0 < a_n \leq b_n$, que (a_n) est croissante et que (b_n) est décroissante.
- Montrer que $b_{n+1} - a_{n+1} \leq \frac{1}{2}(b_n - a_n)$, puis que les suites sont adjacentes.
Encadrer leur limite commune avec a_2 et b_2 .

21 Puissances d'un nombre complexe



- a. Montrer que $z_n = \left(\frac{\sqrt{3} + i}{3} \right)^n$ converge vers 0.
- b. On pose $w_n = \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}} \right)^n$. Calculer w_{8k} et w_{8k+4} ; que peut-on en conclure sur (w_n) ?

Le livre d'exercices corrigés de maths Maths Sup

Tout le programme en un seul PDF de 134 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Zyro te conseille la suite

Exercices corrigés de maths

Suites réelles et complexes : exercices corrigés de maths Maths Sup

Cours de maths

Suites réelles et complexes : cours de maths Maths Sup

 QCM de maths

Suites réelles et complexes : QCM de maths Maths Sup

 Exercices corrigés de maths

Limites et continuité : exercices corrigés de maths Maths Sup

 Exercices corrigés de maths

Dérivation et développements limités : exercices corrigés de maths Maths Sup

 Cours de maths

Limites et continuité : cours de maths Maths Sup

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage