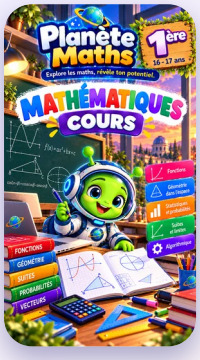
PLANÈTE MATHS · PLANETE-MATHS.EU

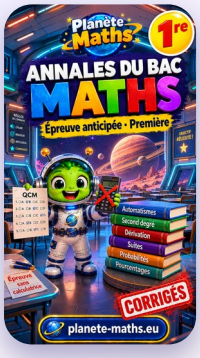
Suites numériques : cours de maths 1ère à télécharger en PDF



Le livre de cours de maths 1ère

Tout le programme en un seul PDF de 103 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre



Les annales du bac de maths 1ère

Les exercices rangés par thème, tous les corrigés à la fin, dans un PDF de 200 pages.

Voir le livre

Une suite, c'est une liste de nombres rangés dans un ordre précis : le premier, le deuxième, le troisième… Elle décrit une évolution : un capital placé, une population, une température relevée jour après jour. Dans ce chapitre, tu apprends à définir une suite, à étudier ses variations, à reconnaître les deux grandes familles (arithmétiques et géométriques) et à calculer des sommes.

L'essentiel : Une suite (u_n) associe à chaque entier n un réel u_n. Elle est arithmétique de raison r si $u_{n+1} = u_n + r$, géométrique de raison q si $u_{n+1} = q\,u_n$. La somme des entiers

de 1 à n vaut $\dfrac{n(n+1)}{2}$: pour $n = 100$, on obtient 5050.

1. Qu'est-ce qu'une suite ?

D **Définition**

Une **suite numérique** (u_n) associe à chaque entier naturel n un nombre réel noté u_n, appelé **terme de rang** n. Le nombre n s'appelle l'**indice**. On écrit (u_n) pour la suite entière et u_n pour un seul terme.

Attention à la différence entre u_{n+1} (le terme qui suit u_n) et $u_n + 1$ (le nombre u_n augmenté de 1). Dans u_{n+1}, c'est l'indice qui augmente, pas la valeur.

2. Deux modes de génération

D **Définition explicite**

Le terme u_n est donné directement en fonction de n : $u_n = f(n)$. On calcule n'importe quel terme sans connaître les précédents.

D **Définition par récurrence**

On donne le premier terme et une relation qui permet de passer d'un terme au suivant : $u_{n+1} = f(u_n)$. Pour atteindre u_{20}, il faut en principe calculer tous les termes précédents.

E **Exemple 1 : suite explicite**

Soit $u_n = n^2 - 3n + 1$. Alors $u_0 = 1$, $u_1 = 1 - 3 + 1 = -1$, $u_2 = 4 - 6 + 1 = -1$, $u_3 = 9 - 9 + 1 = 1$ et $u_4 = 16 - 12 + 1 = 5$.

E **Exemple 2 : suite par récurrence**

Soit $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = 2u_n - 3$. Alors $u_1 = 2 \times 5 - 3 = 7$, $u_2 = 2 \times 7 - 3 = 11$ et $u_3 = 2 \times 11 - 3 = 19$.

n	0	1	2	3	4
$u_n = n^2 - 3n + 1$	1	-1	-1	1	5

3. Sens de variation

D **Définition**

Une suite (u_n) est **croissante** si, pour tout entier n, $u_{n+1} \geqslant u_n$. Elle est **décroissante** si $u_{n+1} \leqslant u_n$, et **constante** si $u_{n+1} = u_n$. Elle est **monotone** si elle est de l'un de ces trois types.

M Méthode : étudier le sens de variation

1. Exprime u_{n+1} en fonction de n (ou de u_n).
2. Calcule la différence $u_{n+1} - u_n$ et simplifie-la.
3. Étudie son signe pour tout n : positive, la suite est croissante ; négative, elle est décroissante.

Si tous les termes sont strictement positifs, on peut aussi comparer $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ à 1.

E Exemple 3

Pour $u_n = 2n^2 + n$: $u_{n+1} = 2(n+1)^2 + (n+1) = 2n^2 + 5n + 3$. Donc $u_{n+1} - u_n = 4n + 3 > 0$ pour tout $n \geqslant 0$: la suite est strictement croissante.

⚠ Attention

Pour $u_n = n^2 - 6n$, on trouve $u_0 = 0$, $u_1 = -5$, $u_2 = -8$, $u_3 = -9$, $u_4 = -8$: la suite décroît puis croît. Elle n'est pas monotone. Comparer deux termes ne suffit jamais : il faut la différence pour tout n.

4. Suites arithmétiques

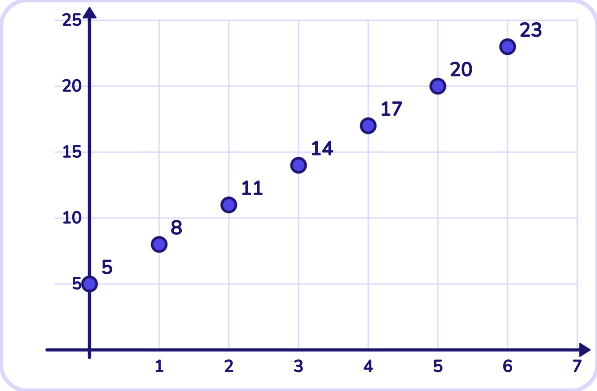
D Définition

Une suite (u_n) est **arithmétique** de **raison** r si, pour tout n, $u_{n+1} = u_n + r$. On ajoute toujours le même nombre.

P **Propriété**

Si (u_n) est arithmétique de raison r, alors $u_n = u_0 + nr$, et plus généralement $u_n = u_p + (n-p)r$. Elle est croissante si $r > 0$, décroissante si $r < 0$, constante si $r = 0$.

Dans un repère, les points $(n\,;\,u_n)$ d'une suite arithmétique sont alignés : la pente de la droite est la raison.



E **Exemple 4**

Une suite arithmétique vérifie $u_3 = 11$ et $r = 4$. Alors $u_n = 11 + 4(n-3) = 4n - 1$, donc $u_{20} = 4 \times 20 - 1 = 79$.

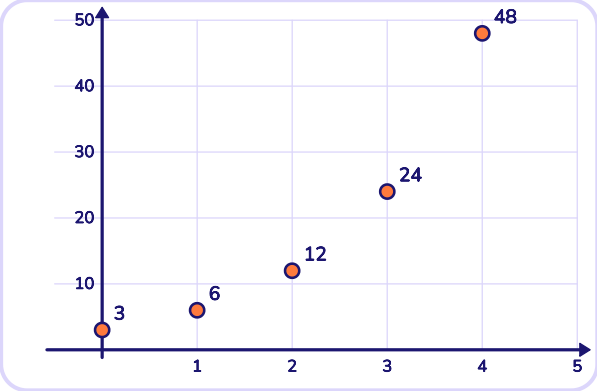
5. Suites géométriques

D **Définition**

Une suite (v_n) est **géométrique** de **raison** q si, pour tout n, $v_{n+1} = q\,v_n$. On multiplie toujours par le même nombre.

P **Propriété**

Si (v_n) est géométrique de raison q, alors $v_n = v_0\, q^n$. Pour $v_0 > 0$: elle est croissante si $q > 1$, décroissante si $0 < q < 1$, constante si $q = 1$.



E **Exemple 5 : placement**

On place 500 € à 4 % par an, intérêts composés. Chaque année, le capital est multiplié par $1{,}04$: $v_n = 500 \times 1{,}04^n$. Après 5 ans, $v_5 = 500 \times 1{,}04^5 \approx 608{,}33$ €.

! **Astuce de Zyro**

Augmenter de t % revient à multiplier par $1 + \dfrac{t}{100}$; diminuer de t % revient à multiplier par $1 - \dfrac{t}{100}$. Pour reconnaître une suite géométrique, cherche un pourcentage constant.

6. Somme de termes

P **Sommes à connaître**

- $1 + 2 + 3 + \cdots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$.
- Somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique :
  $S = (\text{nombre de termes}) \times \dfrac{\text{premier terme} + \text{dernier terme}}{2}$.
- Pour $q \neq 1$: $1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \dfrac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$.

E **Exemple 6**

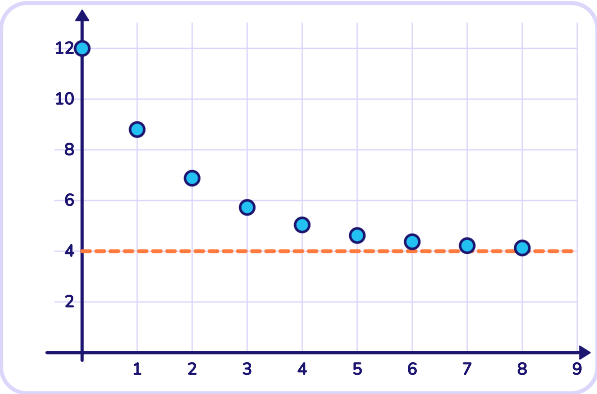
Somme $3 + 7 + 11 + \cdots + 43$. C'est une suite arithmétique de raison 4. Le dernier terme vérifie $3 + 4k = 43$, donc $k = 10$: il y a 11 termes. Alors
$S = 11 \times \dfrac{3 + 43}{2} = 253$.

Autre cas : $1 + 2 + 4 + \cdots + 2^9 = \dfrac{1 - 2^{10}}{1 - 2} = 1023$.

7. Comportement d'une suite

On s'intéresse à ce que devient u_n quand n devient très grand.

- Suite arithmétique de raison $r > 0$: les termes deviennent aussi grands qu'on veut ; avec $r < 0$, aussi petits (très négatifs).
- Suite géométrique de raison $q > 1$ et $v_0 > 0$: les termes deviennent aussi grands qu'on veut.
- Suite géométrique avec $0 < q < 1$: les termes se rapprochent de 0.
- Certaines suites se rapprochent d'une valeur fixe sans l'atteindre, comme $4 + 8 \times 0{,}6^n$ qui s'approche de 4.



8. Algorithmes de seuil

Un algorithme de seuil cherche le **premier rang** à partir duquel une suite dépasse (ou passe sous) une valeur donnée.

Méthode : algorithme de seuil

On part de $v = 500$ et $n = 0$. Pour doubler le capital avec $v_{n+1} = 1{,}04\, v_n$:

v ← 500
n ← 0
Tant que v ≤ 1000 :
  v ← 1,04 × v
  n ← n + 1
Fin du Tant que
On affiche n.

À la fin, n vaut 18 : $v_{17} \approx 974{,}0$ mais $v_{18} \approx 1012{,}9$. Le capital dépasse 1000 € au bout de 18 ans.

Dans la boucle, on change la condition pour une suite décroissante (par exemple « tant que v > seuil »). Pense à bien initialiser et à incrémenter le compteur.

À retenir

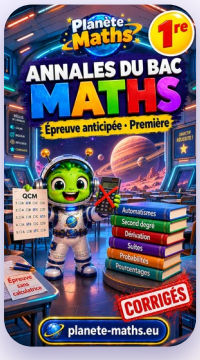
- Une suite est définie de façon explicite ($u_n = f(n)$) ou par récurrence ($u_{n+1} = f(u_n)$).
- Pour le sens de variation, étudie le signe de $u_{n+1} - u_n$.
- Arithmétique : $u_{n+1} = u_n + r$ et $u_n = u_0 + nr$.
- Géométrique : $v_{n+1} = q\,v_n$ et $v_n = v_0\,q^n$.
- Somme arithmétique : nombre de termes × (premier + dernier) ÷ 2.
- Somme géométrique : $1 + q + \cdots + q^n = \dfrac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$.
- Un algorithme de seuil utilise une boucle « tant que » et un compteur.



Le livre de cours de maths 1ère

Tout le programme en un seul PDF de 103 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre



Les annales du bac de maths 1ère

Les exercices rangés par thème, tous les corrigés à la fin, dans un PDF de 200 pages.

Voir le livre

Entraîne-toi : défi express de 1ère

Changer de niveau

Niveau : **1ère**

6 questions au hasard, correction tout de suite.

🚀 Lancer le défi

⚡ Automatismes 1ère : combien de réponses en 60 secondes ?

60 secondes : réponds à un maximum de questions, sans réfléchir trop longtemps.

⚡ C'est parti !

🚀 Zyro te conseille la suite



✏️ **Exercices de maths**

Suites numériques : exercices de maths 1ère à télécharger en PDF



📝 **Contrôles de maths**

Suites numériques : contrôle de maths 1ère à télécharger en PDF



🎯 **QCM de maths**

Suites numériques : QCM de maths 1ère



✏️ **Exercices de maths**

Dérivation : exercices de maths 1ère à télécharger en PDF



✏️ **Exercices de maths**

Variations et extremums : exercices de maths 1ère à télécharger en PDF



📝 **Contrôles de maths**

Dérivation : contrôle de maths 1ère à télécharger en PDF

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage