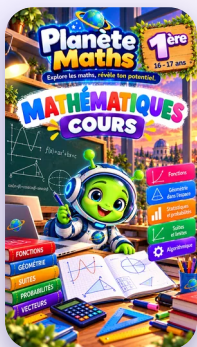


Suites numériques : cours de maths 1ère à télécharger en PDF



Le livre de cours de maths 1ère

Tout le programme en un seul PDF de 103 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Les abonnés d'une chaîne vidéo semaine après semaine, la hauteur d'un rebond après l'autre, le solde d'un compte chaque mois : tous ces phénomènes avancent **pas à pas**, avec un numéro. Les mathématiciens les décrivent par des **suites numériques**. Dans ce chapitre, tu vas apprendre à les définir de deux façons, à les représenter, à étudier si elles montent ou descendent, à les programmer et à les utiliser pour modéliser le réel.

1. Notion de suite et notation indicée

D

Suite numérique

Une suite numérique (u_n) est une liste de réels numérotés par les entiers naturels : à chaque entier n on associe un réel noté u_n , appelé **terme de rang n** (ou d'indice n). Le premier terme est le plus souvent u_0 .

La lettre u ne change pas, seul l'indice varie : $u_0, u_1, u_2, u_3, \dots$. Il faut bien distinguer :

- u_n : le terme de rang n (un nombre) ;
- (u_n) : la suite entière, vue comme un tout ;
- u_{n+1} : le terme qui **suit** u_n ;
- $u_n + 1$: le nombre u_n auquel on ajoute **1**.



Piège

u_{n+1} et $u_n + 1$ sont deux nombres différents. Si $u_n = 5n$, alors $u_{n+1} = 5n + 5$ alors que $u_n + 1 = 5n + 1$. Pour obtenir u_{n+1} , on remplace **partout** n par $n + 1$.

2. Suite définie explicitement



Définition explicite

Une suite est définie **explicitement** lorsque u_n s'exprime directement en fonction de n : $u_n = f(n)$, où f est une fonction définie au moins sur $[0; +\infty[$.



Exemple 1

Soit $u_n = 2n^2 - 3n + 1$ pour tout entier n .

$$u_0 = 1 ; u_1 = 2 - 3 + 1 = 0 ; u_2 = 8 - 6 + 1 = 3 ; u_{10} = 200 - 30 + 1 = 171.$$

Pour u_{n+1} , on remplace n par $n + 1$:

$$u_{n+1} = 2(n+1)^2 - 3(n+1) + 1 = 2n^2 + 4n + 2 - 3n - 3 + 1 = 2n^2 + n.$$

Contrôle avec $n = 2$: $2 \times 4 + 2 = 10$ et on retrouve bien $u_3 = 18 - 9 + 1 = 10$.

Grand avantage : on calcule n'importe quel terme **sans connaître les précédents**.

3. Suite définie par récurrence

D Définition par récurrence

Une suite est définie **par récurrence** lorsqu'on donne son premier terme et une relation qui permet de passer d'un terme au suivant : $u_{n+1} = f(u_n)$.

E Exemple 2

Soit $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 3u_n - 1$.

$$u_1 = 3 \times 2 - 1 = 5 ; u_2 = 3 \times 5 - 1 = 14 ; u_3 = 3 \times 14 - 1 = 41.$$

Inconvénient : pour connaître u_{50} , il faut en principe calculer les cinquante termes précédents. C'est là que l'ordinateur devient précieux.

! Astuce de Zyro

Quand tu calcules une suite récurrente à la main, écris une petite chaîne : « $u_0 \rightarrow u_1 \rightarrow u_2 \rightarrow \dots$ » et recopie le résultat précédent avant de refaire l'opération. Les erreurs viennent presque toujours d'un terme mal recopié !

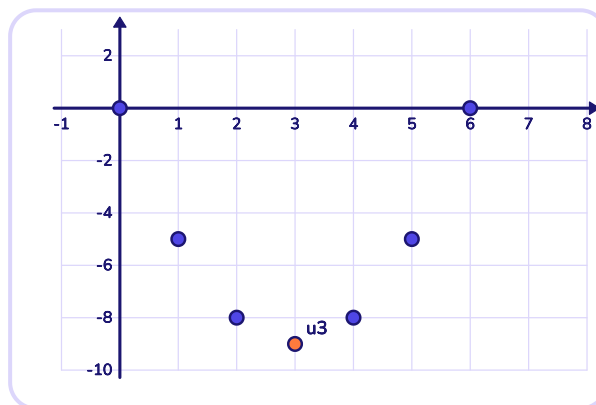


Piège

Dans $u_{n+1} = f(u_n)$, on applique f au **terme** u_n , et non au rang n . Avec $u_{n+1} = 3u_n - 1$, le calcul de u_1 utilise u_0 , jamais le nombre **0** lui-même.

4. Représentation graphique

Pour une suite définie explicitement, on représente le **nuage de points** $(n ; u_n)$. Les points sont isolés : on ne les relie pas, car il n'existe pas de terme « entre » u_2 et u_3 .



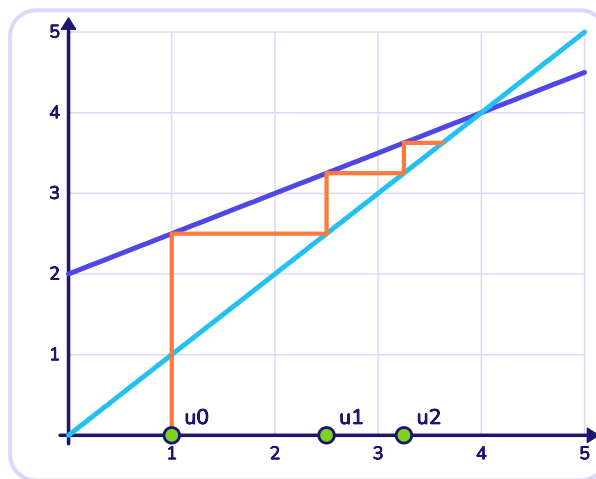
Ci-dessus, le nuage de la suite $u_n = n^2 - 6n$: les points descendent jusqu'au rang **3** puis remontent.

Pour une suite récurrente $u_{n+1} = f(u_n)$, on utilise la courbe de f et la droite d'équation $y = x$, qui sert à « renvoyer » une ordonnée sur l'axe des abscisses.

M

Construire la ligne en escalier

1. Trace la courbe de f et la droite $y = x$.
2. Place u_0 sur l'axe des abscisses.
3. Monte jusqu'à la courbe : tu atteins la hauteur $u_1 = f(u_0)$.
4. Va horizontalement jusqu'à la droite $y = x$: l'abscisse du point trouvé est u_1 .
5. Recommence depuis ce point pour obtenir u_2 , puis u_3 ...



Ici $f(x) = 0,5x + 2$ et $u_0 = 1$: on lit $u_1 = 2,5$, $u_2 = 3,25$, $u_3 = 3,625$. Les termes semblent se rapprocher de 4.

5. Sens de variation d'une suite

D

Suite croissante, décroissante

La suite (u_n) est **croissante** si, pour tout entier n , $u_{n+1} \geq u_n$. Elle est **décroissante** si $u_{n+1} \leq u_n$, et **constante** si $u_{n+1} = u_n$. Avec des inégalités strictes, on dit « strictement ». Une suite croissante ou décroissante est dite **monotone**.

P**Deux critères**

1. Le signe de la différence $u_{n+1} - u_n$ donne le sens de variation : si elle est positive pour tout n , la suite est croissante ; si elle est négative, elle est décroissante.
2. Si $u_n = f(n)$ avec f croissante (resp. décroissante) sur $[0; +\infty[$, alors (u_n) est croissante (resp. décroissante).

Pour une suite dont **tous les termes sont strictement positifs**, on peut aussi comparer le quotient $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ à 1.

E**Exemple 3**

Étudier la suite $u_n = n^2 - 6n$.

$$u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 - 6(n+1) - n^2 + 6n = 2n + 1 - 6 = 2n - 5.$$

Cette différence est négative pour $n \leq 2$ et positive pour $n \geq 3$. Donc

$u_3 < u_2 < u_1 < u_0$ puis la suite remonte : elle n'est ni croissante ni décroissante. Les valeurs 0, -5, -8, -9, -8, -5, 0 le confirment : le minimum est $u_3 = -9$.

E**Exemple 4**

Étudier $v_n = 4 \times 1,5^n$.

Tous les termes sont strictement positifs et $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{4 \times 1,5^{n+1}}{4 \times 1,5^n} = 1,5 > 1$. Donc

$v_{n+1} > v_n$: la suite est strictement croissante.



Piège

On étudie bien $u_{n+1} - u_n$ et non $u_n - u_{n+1}$, sinon le sens est inversé. Et le critère 2 ne marche que dans un sens : la suite $u_n = n^2 - 6n$ vient de la fonction $x \mapsto x^2 - 6x$, qui n'est pas monotone sur $[0; +\infty[$.

6. Suites et algorithmes

Un programme calcule un terme en répétant la relation de récurrence dans une boucle.



Exemple 5 : calculer un terme

Pour la suite de l'exemple 2 ($u_0 = 2$, $u_{n+1} = 3u_n - 1$), la fonction ci-dessous renvoie u_n :

```
def terme(n) :
```

```
    u ← 2
```

```
    pour i allant de 1 à n :
```

```
        u ← 3 × u - 1
```

```
    renvoyer u
```

Pour $n = 3$, la variable u prend successivement les valeurs **2, 5, 14, 41** et la fonction renvoie **41**.

E**Exemple 6 : chercher un seuil**

On cherche le plus petit rang n tel que $u_n > 100$:

$n \leftarrow 0 ; u \leftarrow 2$

tant que $u \leq 100$:

$u \leftarrow 3 \times u - 1$

$n \leftarrow n + 1$

Les valeurs successives de u sont **2, 5, 14, 41, 122**. La boucle s'arrête quand $u = 122$, donc $n = 4$: u_4 est le premier terme supérieur à 100.

7. Modéliser un phénomène discret

Un phénomène est **discret** quand on l'observe à des instants numérotés (chaque année, chaque jour...). Deux modèles reviennent souvent :

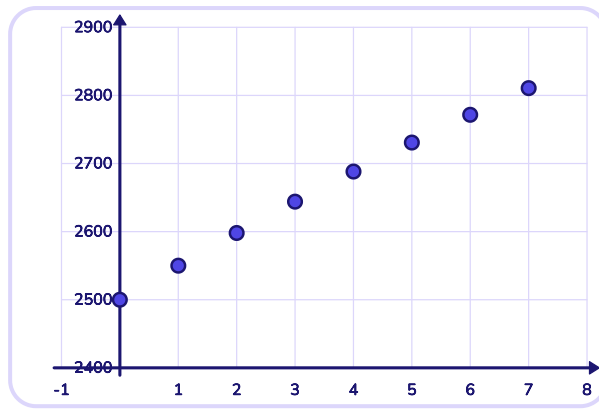
- une **augmentation fixe** de a à chaque étape : $u_{n+1} = u_n + a$;
- une **variation de t %** à chaque étape : $u_{n+1} = \left(1 + \frac{t}{100}\right)u_n$ (le coefficient est $1 - \frac{t}{100}$ pour une baisse).

E**Exemple 7**

Une médiathèque possède **2 500** livres. Chaque année, elle retire **4 %** de son stock et achète **150** nouveaux livres. Soit u_n le nombre de livres après n années.

Perdre **4 %** revient à multiplier par **0,96**, donc $u_{n+1} = 0,96 u_n + 150$ avec $u_0 = 2\,500$.

$$u_1 = 0,96 \times 2500 + 150 = 2550 ; u_2 = 0,96 \times 2550 + 150 = 2598.$$



Le nuage montre que le stock augmente chaque année, mais de moins en moins vite : les ajouts de livres compensent de plus en plus les retraits.

À retenir

- u_n est le terme de rang n ; u_{n+1} s'obtient en remplaçant n par $n + 1$, ce n'est pas $u_n + 1$.
- Explicite : $u_n = f(n)$. Récurrence : u_0 donné et $u_{n+1} = f(u_n)$.
- Nuage de points $(n ; u_n)$ pour une suite explicite ; courbe de f , droite $y = x$ et escalier pour une récurrence.
- Croissante : $u_{n+1} - u_n \geq 0$; décroissante : $u_{n+1} - u_n \leq 0$; avec des termes positifs, on peut comparer $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ à 1.
- Une boucle calcule les termes, une boucle « tant que » cherche un seuil.
- Variation de t % par étape : on multiplie par $1 + \frac{t}{100}$.

Le livre de cours de maths 1ère

Tout le programme en un seul PDF de 103 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

 Zyro te conseille la suite

 Exercices de maths

Suites numériques : exercices de maths
1ère

 Contrôles de maths

Suites numériques : contrôle de maths
1ère

 QCM de maths

Suites numériques : QCM de maths 1ère

 Exercices de maths

Suites arithmétiques et géométriques :
exercices de maths 1ère

 Exercices de maths

 Contrôles de maths

Fonction exponentielle : exercices de maths 1ère

Suites arithmétiques et géométriques : contrôle de maths 1ère

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage