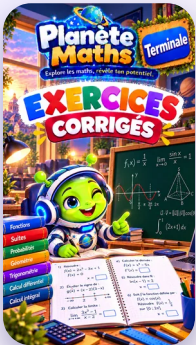


Suites numériques et récurrence : exercices corrigés de maths Terminale à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Terminale

Tout le programme en un seul PDF de 148 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigés rédigés des exercices du chapitre. Vérifie chaque étape, puis corrige-toi.

1 Reconnaître les suites



$a_{n+1} - a_n = 3(n+1) - 5 - (3n - 5) = 3$ est constant : (a_n) est arithmétique de raison 3.

$b_{n+1} = 2 \times (-1)^{n+1} = -b_n$: (b_n) est géométrique de raison -1 et de premier terme 2.

Pour c_n : $c_1 - c_0 = 1$ et $c_2 - c_1 = 3$ (différences non constantes), et $\frac{c_2}{c_1} = 4$ alors que

$\frac{c_3}{c_2} = \frac{9}{4}$ (quotients non constants) : ni arithmétique, ni géométrique.

$d_n = 7 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$: géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et de premier terme 7.

2 Terme général arithmétique



$$u_n = 7 + 4n, \text{ donc } u_{10} = 7 + 40 = 47.$$

$$\text{La somme comporte 11 termes : } S = 11 \times \frac{u_0 + u_{10}}{2} = 11 \times \frac{7 + 47}{2} = 11 \times 27 = 297.$$

3 Terme général géométrique



$$v_n = 5 \times 3^n, \text{ donc } v_4 = 5 \times 81 = 405.$$

$$S = 5 \times \frac{1 - 3^5}{1 - 3} = 5 \times \frac{-242}{-2} = 5 \times 121 = 605. \text{ Vérification :}$$

$$5 + 15 + 45 + 135 + 405 = 605.$$

4 Variation par la différence



$$u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 + 3(n+1) + 1 - n^2 - 3n - 1 = 2n + 4 > 0 : (u_n) \text{ est croissante.}$$

$$w_{n+1} - w_n = -3 < 0 : (w_n) \text{ est décroissante.}$$

$$t_n > 0 \text{ et } \frac{t_{n+1}}{t_n} = \frac{1}{2} < 1 : (t_n) \text{ est décroissante.}$$

5 Limites de référence



$$5 + \frac{1}{n} \rightarrow 5 ; -3\sqrt{n} \rightarrow -\infty ; 0,8^n \rightarrow 0 \text{ car } -1 < 0,8 < 1 ; 1,5^n \rightarrow +\infty \text{ car } 1,5 > 1 ;$$
$$2 + \frac{3}{n^2} \rightarrow 2.$$

6 Une première récurrence



Initialisation. $2 \times 0 + 3 = 3 = u_0$: la formule est vraie au rang 0.

Hérédité. Supposons $u_n = 2n + 3$. Alors $u_{n+1} = u_n + 2 = 2n + 3 + 2 = 2(n + 1) + 3$: la formule est vraie au rang $n + 1$.

Conclusion. Pour tout entier n , $u_n = 2n + 3$.

7 Lire un algorithme de seuil



On calcule les valeurs de u : 1, 3, 7, 15, 31, 63, 127, obtenues pour $n = 0, 1, \dots, 6$. La boucle s'arrête dès que $u \geq 100$, c'est-à-dire pour $u = 127$.

Valeurs finales : $u = 127$ et $n = 6$. Le nombre n est le **plus petit rang** pour lequel $u_n \geq 100$ (car $u_5 = 63 < 100$).

8 Une suite définie par récurrence



Initialisation. $2 \times 3^0 - 1 = 1 = u_0$.

Hérédité. Supposons $u_n = 2 \times 3^n - 1$. Alors
 $u_{n+1} = 3(2 \times 3^n - 1) + 2 = 2 \times 3^{n+1} - 3 + 2 = 2 \times 3^{n+1} - 1$.

Conclusion. La formule est vraie pour tout n . Contrôle : $u_1 = 5 = 2 \times 3 - 1$ et $u_2 = 17 = 2 \times 9 - 1$.

9 Divisibilité



Initialisation. $4^0 - 1 = 0 = 3 \times 0$, divisible par 3.

Hérédité. Supposons $4^n - 1 = 3k$ avec k entier. Alors
 $4^{n+1} - 1 = 4 \times 4^n - 1 = 4(3k + 1) - 1 = 12k + 3 = 3(4k + 1)$, divisible par 3.

Conclusion. $4^n - 1$ est divisible par 3 pour tout entier n .

10 Vrai ou faux ?



- a. **Faux** : $u_n = 1 - \frac{1}{n+1}$ est croissante et converge vers **1**.
- b. **Faux** : $u_n = (-1)^n$ est bornée entre **-1** et **1** mais n'a pas de limite.
- c. **Vrai** : un passage à la limite conserve les inégalités larges. Si on avait $\ell < 0$, l'intervalle $] \ell - \varepsilon ; \ell + \varepsilon [$ avec $\varepsilon = -\ell/2$ ne contiendrait que des nombres négatifs, ce qui contredit $u_n \geq 0$.
- d. **Vrai** : c'est le théorème de convergence monotone.

11 Le programme d'entraînement



- a. (d_n) est arithmétique de raison **1,5** : $d_n = 12 + 1,5(n - 1)$.
- b. $d_{10} = 12 + 13,5 = 25,5$. Total : $10 \times \frac{12 + 25,5}{2} = 187,5$ km.
- c. On veut $12 + 1,5(n - 1) > 30$, soit $n - 1 > 12$, donc $n \geq 14$. Vérification : $d_{13} = 30$ (pas strictement plus) et $d_{14} = 31,5$. Elle dépasse **30** km à la semaine **14**.

12 Les panneaux solaires



- a. Perdre **2 %** revient à multiplier par **0,98** : $P_{n+1} = 0,98 P_n$. La suite est géométrique de raison **0,98**, donc $P_n = 400 \times 0,98^n$.
- b. $P_{10} = 400 \times 0,98^{10} \approx 326,8$ W.
- c. On cherche le plus petit n tel que $400 \times 0,98^n < 300$, soit $0,98^n < 0,75$. On trouve $0,98^{14} \approx 0,7536$ (trop grand) et $0,98^{15} \approx 0,7386$. La puissance passe sous **300** W après **15** ans.

13 Une limite de quotient



Le quotient est une forme indéterminée « $\frac{\infty}{\infty}$ ». On factorise n^2 :

$$u_n = \frac{n^2 \left(4 - \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2}\right)}{n^2 \left(2 + \frac{5}{n^2}\right)} = \frac{4 - \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2}}{2 + \frac{5}{n^2}}.$$

Le numérateur tend vers 4, le dénominateur vers 2 : $\lim u_n = 2$.

14 La quantité conjuguée



La différence est de la forme « $\infty - \infty$ ». On écrit

$$u_n = \frac{(\sqrt{n+4} - \sqrt{n})(\sqrt{n+4} + \sqrt{n})}{\sqrt{n+4} + \sqrt{n}} = \frac{(n+4) - n}{\sqrt{n+4} + \sqrt{n}} = \frac{4}{\sqrt{n+4} + \sqrt{n}}.$$

Le dénominateur tend vers $+\infty$, donc $\lim u_n = 0$.

15 Minorer pour tendre vers l'infini



Comme $(-1)^n \geq -1$, on a $u_n \geq 2n - 5$ pour tout n .

Or $\lim(2n - 5) = +\infty$: d'après le théorème de comparaison, $\lim u_n = +\infty$.

16 Un gendarme



Comme $-1 \leq \sin n \leq 1$, on a $\frac{3n-1}{n+1} \leq u_n \leq \frac{3n+1}{n+1}$ (on divise par $n+1 > 0$).

Or $\frac{3n \pm 1}{n+1} = \frac{3 \pm \frac{1}{n}}{1 + \frac{1}{n}} \rightarrow 3$. D'après le théorème des gendarmes, (u_n) converge vers 3.

17

Variation d'une suite avec une puissance

★★★

$$u_1 = 2, u_2 = 1, u_3 = \frac{8}{9}, u_4 = 1, u_5 = \frac{32}{25}.$$

Tous les termes sont strictement positifs et $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}}{(n+1)^2} \times \frac{n^2}{2^n} = \frac{2n^2}{(n+1)^2}$.

Ce quotient est supérieur à 1 si et seulement si $2n^2 > (n+1)^2$, soit $n^2 - 2n - 1 > 0$.

Pour $n \geq 3$: $n^2 - 2n - 1 = n(n-2) - 1 \geq 3 - 1 = 2 > 0$. La suite est donc croissante à partir du rang 3 (et $u_3 < u_2$ montre qu'elle ne l'est pas dès le rang 2).

18

Une inégalité par récurrence

★★★

Initialisation. $2^4 = 16 = 4^2$, donc $2^4 \geq 4^2$.

Hérédité. Supposons $2^n \geq n^2$ avec $n \geq 4$. Alors $2^{n+1} \geq 2n^2$. Or

$$2n^2 - (n+1)^2 = n^2 - 2n - 1 = (n-1)^2 - 2 \geq 9 - 2 > 0. \text{ Donc } 2^{n+1} \geq (n+1)^2.$$

Conclusion. $2^n \geq n^2$ pour tout $n \geq 4$.

Dédution. Pour $n \geq 4$, $\frac{2^n}{n} \geq \frac{n^2}{n} = n$. Comme $n \rightarrow +\infty$, le théorème de comparaison donne $\frac{2^n}{n} \rightarrow +\infty$.

19 Une suite homographique



a. $u_1 = \frac{3}{2}$ et $u_2 = \frac{4 \times 1,5 + 3}{1,5 + 2} = \frac{9}{3,5} = \frac{18}{7}$. Ensuite

$4 - \frac{5}{x+2} = \frac{4x+8-5}{x+2} = f(x)$. Quand x augmente, $\frac{5}{x+2}$ diminue, donc f croît.

b. Initialisation : $0 \leq u_0 = 0 \leq 3$. Hérédité : si $0 \leq u_n \leq 3$, alors, f étant croissante, $f(0) \leq u_{n+1} \leq f(3)$, soit $\frac{3}{2} \leq u_{n+1} \leq 3$, et donc $0 \leq u_{n+1} \leq 3$.

c. $u_{n+1} - u_n = \frac{4u_n + 3 - u_n^2 - 2u_n}{u_n + 2} = \frac{(3 - u_n)(u_n + 1)}{u_n + 2} \geq 0$ car $0 \leq u_n \leq 3$. La suite est croissante et majorée par 3 : elle converge.

d. La limite ℓ vérifie $\ell = f(\ell)$, soit $\ell^2 + 2\ell = 4\ell + 3$, c'est-à-dire $\ell^2 - 2\ell - 3 = 0$, donc $\ell = 3$ ou $\ell = -1$. Comme $u_n \geq 0$, $\ell \geq 0$: $\ell = 3$.

20 Suite arithmético-géométrique



a. $u_1 = 0,5 \times 10 + 3 = 8$ et $u_2 = 0,5 \times 8 + 3 = 7$.

b. $v_{n+1} = u_{n+1} - 6 = 0,5u_n + 3 - 6 = 0,5u_n - 3 = 0,5(u_n - 6) = 0,5v_n$. La suite (v_n) est géométrique de raison 0,5 et de premier terme $v_0 = 4$.

c. $v_n = 4 \times 0,5^n$, donc $u_n = 6 + 4 \times 0,5^n$. Contrôle : $u_2 = 6 + 1 = 7$.

d. Comme $-1 < 0,5 < 1$, $0,5^n \rightarrow 0$, donc $\lim u_n = 6$.

21 Un seuil de précision



a. La boucle incrémente n tant que $4 \times 0,5^n \geq 0,001$; elle s'arrête au premier n vérifiant $4 \times 0,5^n < 0,001$. La valeur affichée par `print(n)` est donc le plus petit rang cherché.

b. $4 \times 0,5^n = \frac{4}{2^n}$. Pour $n = 11$: $\frac{4}{2048} \approx 0,00195 \geq 0,001$. Pour $n = 12$: $\frac{4}{4096} \approx 0,00098 < 0,001$. Le rang cherché est $n = 12$.

22 Le livret et les dépôts



a. $w_{n+1} = 1,04 u_n + 200 + 5000 = 1,04 u_n + 5200 = 1,04 (u_n + 5000) = 1,04 w_n$.

La suite (w_n) est géométrique de raison **1,04** et de premier terme $w_0 = 7500$.

b. $w_n = 7500 \times 1,04^n$, donc $u_n = 7500 \times 1,04^n - 5000$. Ainsi

$$u_{10} = 7500 \times 1,04^{10} - 5000 \approx 6\,101,83 \text{ €}.$$

c. $u_n > 10000 \iff 1,04^n > 2$. On trouve $1,04^{17} \approx 1,948$ et $1,04^{18} \approx 2,026$. Le capital dépasse 10 000 € après 18 ans.

Le livre d'exercices corrigés de maths Terminale

Tout le programme en un seul PDF de 148 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)



Entraîne-toi : défi express de Terminale

[Changer de niveau](#)

Niveau : **Terminale**

6 questions au hasard, correction tout de suite.



[Lancer le défi](#)



Zyro te conseille la suite

 Exercices de maths

Suites numériques et récurrence :
exercices de maths Terminale

 QCM de maths

Suites numériques et récurrence : QCM
de maths Terminale

 Contrôles de maths

Suites numériques et récurrence :
contrôle de maths Terminale

 Exercices de maths

Limites de fonctions : exercices de maths
Terminale

 Exercices de maths

Continuité et théorème des valeurs
intermédiaires : exercices de maths
Terminale

 QCM de maths

Limites de fonctions : QCM de maths
Terminale

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage