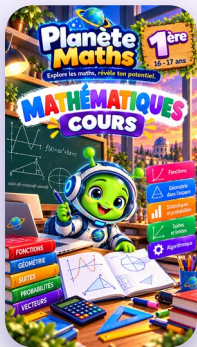


Suites arithmétiques et géométriques : cours de maths 1ère à télécharger en PDF



Le livre de cours de maths 1ère

Tout le programme en un seul PDF de 103 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Un abonnement qui augmente de 3 € chaque mois, un livret qui rapporte 2 % chaque année, une population de renards qui diminue d'un dixième à chaque saison : dans tous ces cas, on passe d'un terme au suivant **toujours de la même façon**. Les suites arithmétiques et géométriques sont les deux modèles les plus simples de ces évolutions. Dans ce chapitre, tu vas apprendre à les reconnaître, à écrire n'importe quel terme sans calculer tous les précédents, à les additionner et à comparer une croissance **linéaire** avec une croissance **exponentielle**.

1. Suites arithmétiques : on ajoute toujours la même chose

D Suite arithmétique

Une suite (u_n) est **arithmétique** s'il existe un réel r tel que, pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} = u_n + r.$$

Le réel r s'appelle la **raison** de la suite.

Pour passer d'un terme au suivant, on ajoute toujours r . Autrement dit, la différence $u_{n+1} - u_n$ est **constante** et vaut r . Pour savoir si une suite est arithmétique, on calcule donc cette différence et on regarde si elle ne dépend pas de n .

E Exemple 1 : reconnaître une suite arithmétique

La suite **12, 17, 22, 27, ...** a pour différences $17 - 12 = 5$, $22 - 17 = 5$, $27 - 22 = 5$: elle semble arithmétique de raison $r = 5$. En revanche, la suite **2, 4, 8, 14, ...** a pour différences **2, 4, 6** : elle n'est pas arithmétique.

⚠ Piège

Vérifier la différence sur deux ou trois termes ne **démontre** rien : cela te donne seulement une idée. Pour prouver qu'une suite est arithmétique, il faut montrer que $u_{n+1} - u_n$ est égal à la même constante pour **tout** n .

2. Le terme général d'une suite arithmétique

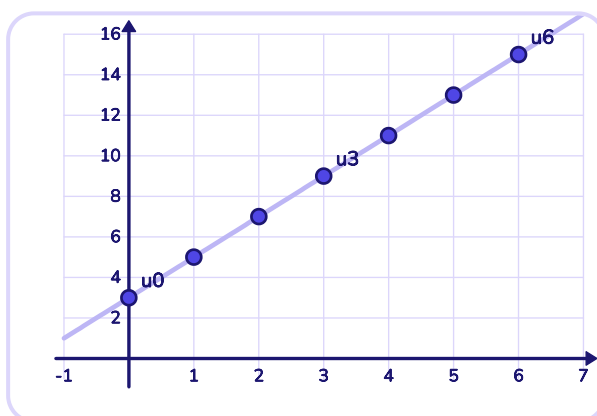
P Propriété

Si (u_n) est arithmétique de raison r , alors pour tout entier n :

$$u_n = u_0 + nr.$$

Plus généralement, pour tous entiers n et p : $u_n = u_p + (n - p)r$.

Pourquoi ? Pour aller de u_0 à u_n , on fait n pas, et chaque pas ajoute r : on a donc ajouté n fois r . Cette formule est une fonction affine de n : les points $(n; u_n)$ sont **alignés** sur une droite de pente r .



E Exemple 2 : calculer un terme éloigné

La suite (u_n) est arithmétique de premier terme $u_0 = -4$ et de raison $r = 3$. Alors $u_n = -4 + 3n$, et donc $u_{25} = -4 + 3 \times 25 = 71$.

M**Méthode : retrouver la raison avec deux termes**

1. Écris la formule $u_n = u_p + (n - p)r$ avec les deux termes connus.
2. Isole r : $r = \frac{u_n - u_p}{n - p}$.
3. Si on te demande u_0 , utilise $u_0 = u_p - pr$.

Par exemple, si $u_7 = 19$ et $u_{12} = 44$, alors $r = \frac{44 - 19}{12 - 7} = 5$ et $u_0 = 19 - 7 \times 5 = -16$.

3. Suites géométriques : on multiplie toujours par la même chose**D****Suite géométrique**

Une suite (v_n) est **géométrique** s'il existe un réel q tel que, pour tout entier naturel n ,

$$v_{n+1} = q \times v_n.$$

Le réel q s'appelle la **raison** de la suite.

Ici on multiplie par q à chaque étape : le **quotient** $\frac{v_{n+1}}{v_n}$ est constant (tant que les termes ne sont pas nuls). Si $v_0 = 5$ et $q = 3$, on obtient **5, 15, 45, 135, ...**

E**Exemple 3 : reconnaître une suite géométrique**

La suite **81, 27, 9, 3, ...** a pour quotients $\frac{27}{81} = \frac{1}{3}$, $\frac{9}{27} = \frac{1}{3}$, $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$: elle semble géométrique de raison $q = \frac{1}{3}$. La suite **10, 7, 4, 1, ...** n'est pas géométrique (les quotients valent **0,7**, puis $\frac{4}{7}$) ; elle est arithmétique de raison **-3**.

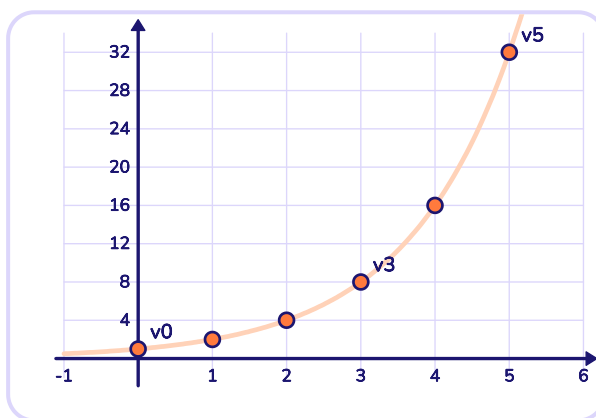
4. Le terme général d'une suite géométrique

P Propriété

Si (v_n) est géométrique de raison q , alors pour tout entier n :

$$v_n = v_0 \times q^n.$$

Plus généralement, $v_n = v_p \times q^{n-p}$.



Cette fois, on multiplie n fois par q pour aller de v_0 à v_n . La représentation par des points suit une courbe qui s'emballe, comme sur la figure : on parle de **croissance exponentielle**.

E Exemple 4 : un terme éloigné

Une machine perd **10 %** de sa valeur chaque année et vaut **2 000 €** neuve. Sa valeur après n années est $v_n = 2\,000 \times 0,9^n$ (on multiplie par $1 - 0,10 = 0,9$). Après trois ans, $v_3 = 2\,000 \times 0,9^3 = 1\,458$ €.

E**Exemple 5 : retrouver la raison**

Si $v_2 = 12$ et $v_5 = 96$, alors $v_5 = v_2 \times q^3$, donc $q^3 = \frac{96}{12} = 8$ et $q = 2$ (le seul réel dont le cube vaut 8). Ensuite $v_0 = \frac{v_2}{q^2} = \frac{12}{4} = 3$.

!**Astuce de Zyro**

Sur ma planète, on dit qu'une suite arithmétique « marche » (un pas régulier) et qu'une suite géométrique « grossit » (une taille multipliée à chaque étape). Demande-toi simplement : est-ce que j'**ajoute** ou est-ce que je **multiplie** ?

5. Sens de variation

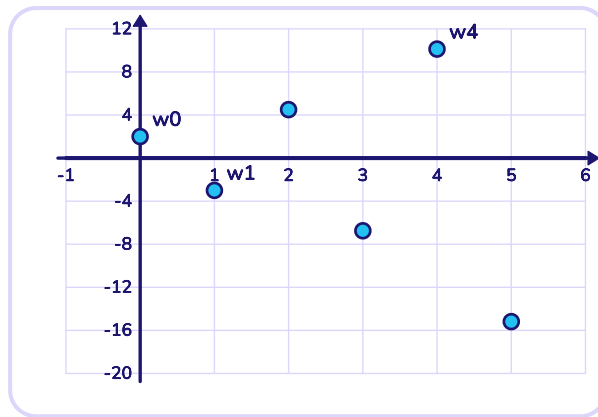
Pour savoir si une suite monte ou descend, on étudie le signe de $u_{n+1} - u_n$: positif, la suite est **croissante** ; négatif, elle est **décroissante** ; nul, elle est **constante**.

P**Propriétés**

Pour une suite arithmétique de raison r : $u_{n+1} - u_n = r$. Elle est croissante si $r > 0$, décroissante si $r < 0$, constante si $r = 0$.

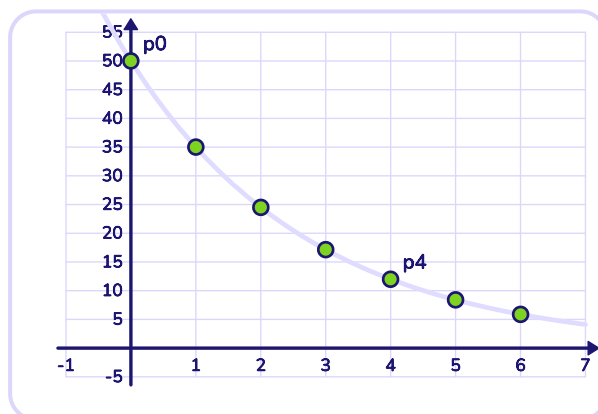
Pour une suite géométrique de raison $q > 0$ et de premier terme $v_0 > 0$: elle est croissante si $q > 1$, décroissante si $0 < q < 1$, constante si $q = 1$. Si $v_0 < 0$, le sens de variation est inversé. Si $q < 0$, les termes changent de signe à chaque rang : la suite n'est **ni croissante ni décroissante**.

Pourquoi ? Pour une suite géométrique, $v_{n+1} - v_n = v_0 q^n (q - 1)$: le signe dépend de v_0 , de $q - 1$ et de q^n , qui est positif quand $q > 0$.



E Exemple 6

La suite $u_n = 12 - 3n$ est arithmétique de raison -3 : elle est décroissante. La suite $v_n = 50 \times 0,7^n$ est géométrique de raison $0,7$ avec $v_0 > 0$: elle est décroissante, et ses termes se rapprochent de 0 . La suite $w_n = -3 \times 2^n$ est géométrique de raison $2 > 1$ mais avec $w_0 < 0$: elle est décroissante.



6. Sommes de termes consécutifs

P

Somme arithmétique

La somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique vaut

$$S = (\text{nombre de termes}) \times \frac{\text{premier terme} + \text{dernier terme}}{2}.$$

En particulier, $u_0 + u_1 + \dots + u_n = (n+1) \times \frac{u_0 + u_n}{2}$, et

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

L'idée : écris la somme à l'endroit puis à l'envers et additionne colonne par colonne. Chaque colonne donne la même valeur $u_0 + u_n$, et il y a $n+1$ colonnes ; cela compte la somme **deux fois**, d'où la division par **2**.

P

Somme géométrique

Pour tout réel $q \neq 1$ et tout entier n :

$$1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}.$$

Pour une suite géométrique, $v_0 + v_1 + \dots + v_n = v_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$.

Preuve rapide : si $S = 1 + q + \dots + q^n$, alors $qS = q + \dots + q^{n+1}$. En soustrayant, presque tout s'annule : $S - qS = 1 - q^{n+1}$, soit $S(1 - q) = 1 - q^{n+1}$.

E**Exemple 7 : somme arithmétique**

Calcule $7 + 10 + 13 + \dots + 64$. C'est la somme des termes u_0 à u_{19} de $u_n = 7 + 3n$ (car $7 + 3 \times 19 = 64$), soit 20 termes : $S = 20 \times \frac{7 + 64}{2} = 710$.

E**Exemple 8 : somme géométrique**

Calcule $3 + 6 + 12 + \dots + 3 \times 2^9$. Le premier terme est 3, la raison 2, il y a 10 termes : $S = 3 \times \frac{1 - 2^{10}}{1 - 2} = 3 \times 1\,023 = 3\,069$.

**Piège**

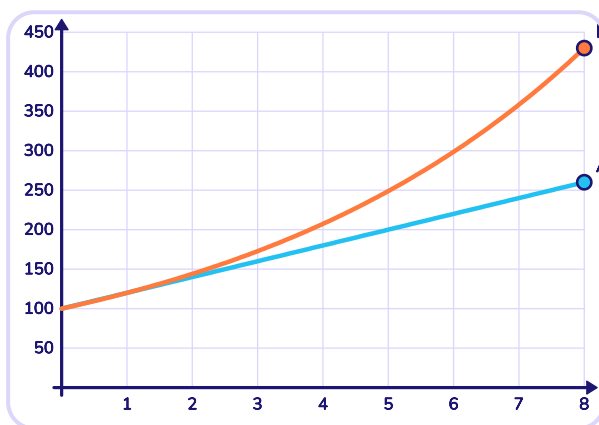
Le nombre de termes de $u_p + \dots + u_n$ est $n - p + 1$ et non $n - p$. Compte toujours les termes avant d'appliquer la formule !

7. Croissance linéaire et croissance exponentielle

Les deux familles de suites décrivent deux façons de grandir. Dans une évolution **linéaire** (suite arithmétique), on ajoute chaque fois la **même quantité**. Dans une évolution **exponentielle** (suite géométrique), on applique chaque fois le **même pourcentage**.

P Pourcentage et coefficient multiplicateur

Augmenter une quantité de t % revient à la multiplier par $1 + \frac{t}{100}$; la diminuer de t % revient à la multiplier par $1 - \frac{t}{100}$. Une évolution de t % répétée à chaque période définit une suite géométrique de raison $q = 1 \pm \frac{t}{100}$.



La figure compare deux évolutions qui partent de **100** : l'une ajoute **20** à chaque période, l'autre augmente de **20** % à chaque période. Au début elles se ressemblent, puis la courbe exponentielle passe au-dessus et s'éloigne de plus en plus vite.

Période n	0	1	2	3	4	8
Ajouter 20 : $100 + 20n$	100	120	140	160	180	260
Multiplier par 1,2 : $100 \times 1,2^n$	100	120	144	172,8	207,36	429,98

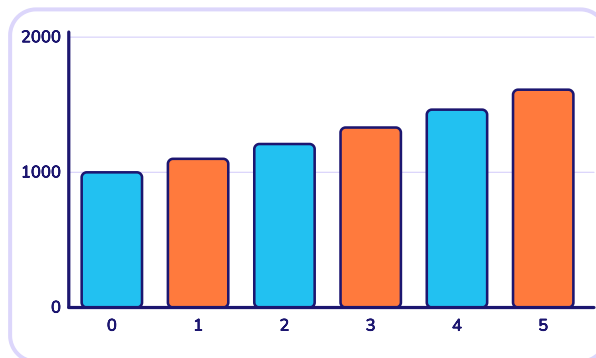
E**Exemple 9 : deux évolutions de 100 à 144**

Après deux périodes, l'évolution linéaire donne **140** et l'évolution à **20 %** donne **144**, car $100 \times 1,2^2 = 144$. L'écart paraît faible, mais il se creuse de plus en plus vite : il atteint déjà environ **170** à la période **8**.

8. Applications financières et démographiques

Intérêts simples. Si on touche chaque année un intérêt fixe calculé sur le capital de départ, le capital forme une suite **arithmétique** : un capital de **2 000 €** avec **40 €** d'intérêts par an vaut $C_n = 2\,000 + 40n$.

Intérêts composés. Si l'intérêt de chaque année est calculé sur tout le capital déjà accumulé, le capital forme une suite **géométrique**.

**E****Exemple 10 : un livret à 3 %**

On place **2 500 €** à **3 %** par an à intérêts composés. Le capital est multiplié par **1,03** chaque année : $C_n = 2\,500 \times 1,03^n$. Après dix ans :

$$C_{10} = 2\,500 \times 1,03^{10} \approx 3\,359,79 \text{ €}.$$

E**Exemple 11 : une population qui diminue**

Une ville compte **48 000** habitants et en perd **2 %** par an. Sa population est modélisée par $P_n = 48\,000 \times 0,98^n$. On cherche le premier rang où elle passe sous **40 000** : à la calculatrice, $P_9 \approx 40\,020$ et $P_{10} \approx 39\,219$. C'est donc à partir de la dixième année qu'elle devient inférieure à **40 000** habitants.

M**Méthode : modéliser une situation**

1. Repère le premier terme u_0 (la valeur de départ).
2. Demande-toi : une quantité fixe est-elle ajoutée (arithmétique), ou un pourcentage fixe est-il appliqué (géométrique) ?
3. Écris la raison (r ou $q = 1 \pm t/100$) puis la formule du terme général.
4. Calcule, ou cherche à la calculatrice le premier rang qui dépasse un seuil.

À retenir

- Suite **arithmétique** : $u_{n+1} = u_n + r$; terme général $u_n = u_0 + nr = u_p + (n - p)r$.
- Suite **géométrique** : $v_{n+1} = q v_n$; terme général $v_n = v_0 q^n = v_p q^{n-p}$.
- Sens de variation : le signe de r pour une suite arithmétique ; pour une géométrique, il dépend de q et du signe de v_0 (et si $q < 0$, la suite alterne).
- Somme arithmétique : nombre de termes $\times$ (premier + dernier) $\div 2$.
- Somme géométrique : $1 + q + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$ pour $q \neq 1$.
- Une variation de t % par période correspond à la raison $q = 1 \pm \frac{t}{100}$: intérêts simples = arithmétique, intérêts composés = géométrique.

Le livre de cours de maths 1ère

Tout le programme en un seul PDF de 103 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Zyro te conseille la suite

Exercices de maths

Suites arithmétiques et géométriques :
exercices de maths 1ère

Contrôles de maths

Suites arithmétiques et géométriques :
contrôle de maths 1ère

QCM de maths

Suites arithmétiques et géométriques :
QCM de maths 1ère

Exercices de maths

Fonction exponentielle : exercices de
maths 1ère

 Exercices de maths

Trigonométrie : exercices de maths 1ère

 Contrôles de maths

Fonction exponentielle : contrôle de maths 1ère

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage