

Séries de Fourier : exercices de maths Licence L3 à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Licence L3

Tout le programme en un seul PDF de 126 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

21 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

1 Périodes et séries de Fourier

★☆☆

Montrer que $f(t) = \cos 2t + \sin 3t$ est 2π -périodique. La fonction $g(t) = \cos \frac{t}{2}$ est-elle 2π -périodique ?

2 Parité et coefficients nuls

★☆☆

Pour chacune des fonctions 2π -périodiques définies sur $] -\pi, \pi[$ par $f_1(t) = t^3$, $f_2(t) = t \sin t$, $f_3(t) = t + t^2$, dire quels coefficients de Fourier sont nuls.

3 Polynôme trigonométrique



Soit $f(t) = 3 + 2 \cos t - 4 \sin 2t$. Donner a_n, b_n puis les c_n pour tout n .

4 Un signal 0 – 1



Soit f 2π -périodique, valant 0 sur $] -\pi, 0[$ et 1 sur $]0, \pi[$. Calculer a_0, a_n puis b_1, b_2, b_3 .

5 Parseval pour un polynôme trigonométrique



Calculer $\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (3 + 2 \cos t - 4 \sin 2t)^2 dt$ sans primitive, avec la formule de Parseval.

6 Valeur de la somme en un point



Soit f 2π -périodique avec $f(t) = t$ sur $] -\pi, \pi[$. Quelle est la somme de sa série de Fourier en $t = \frac{\pi}{2}$, en $t = \pi$, en $t = \frac{3\pi}{2}$?

7 Vrai ou faux ?



Justifier : (a) si f est paire, $b_n = 0$ pour tout n ; (b) la série de Fourier de toute fonction continue 2π -périodique converge simplement vers elle ; (c) si f est continue par morceaux, $c_n \rightarrow 0$ quand $|n| \rightarrow +\infty$; (d) si f est impaire, $a_0 = 0$.

8 Fourier de la parabole



Soit $f(t) = t^2$ sur $] -\pi, \pi[$, prolongée par périodicité. Calculer ses coefficients, puis en déduire $\sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$.

9 Période 2



Soit f de période 2 telle que $f(x) = x$ sur $] -1, 1[$. Avec $L = 1$, donner $b_n = \int_{-1}^1 f(x) \sin(n\pi x) dx$ et la somme de la série en $x = \frac{1}{2}$.

10 Énergie captée par S_3



Pour le créneau $g(\pm 1)$, calculer $b_1^2 + b_3^2$ et la proportion de $\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} g^2$ qu'elle représente. Conclusion avec Bessel ?

11 Moyenne de Cesàro de la rampe



Pour $f(t) = t$, calculer $\sigma_2 f$, puis comparer $S_2 f$ et $\sigma_2 f$ à f en $t = \frac{\pi}{2}$.

12 Chaleur dans une barre



Une barre de longueur π est régie par $\partial_t u = \frac{1}{4} \partial_{xx} u$, avec $u(0, t) = u(\pi, t) = 0$ et $u(x, 0) = 3 \sin x + 5 \sin 4x$. Donner $u(x, t)$, calculer $u\left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$ et le temps à partir duquel l'amplitude du mode en $\sin 4x$ devient inférieure à 0,01.

13 Leibniz par Dirichlet



On rappelle que le signal 0 – 1 (exercice « Un signal 0 – 1 ») vérifie

$f(t) \sim \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{k \geq 0} \frac{\sin((2k+1)t)}{2k+1}$. Quelle est la somme de la série en $t = 0$?

Retrouver $\sum_{k \geq 0} \frac{(-1)^k}{2k+1}$.

14 Le noyau de Fejér F_1

★★★

Montrer que $F_1(t) = 1 + \cos t$, qu'il est positif et de moyenne 1, et calculer $\sigma_1 f$ pour $f(t) = t$.

15 Série de $|\sin t|$

★★★★

Calculer les coefficients de Fourier de $f(t) = |\sin t|$, puis en déduire $\sum_{k \geq 1} \frac{(-1)^k}{4k^2 - 1}$.

16 Parseval et $\zeta(4)$

★★★★

Les coefficients de $f(t) = |t|$ sont $a_0 = \pi$, $a_n = \frac{-4}{\pi n^2}$ si n est impair, 0 sinon ($n \geq 1$).
Utiliser Parseval pour calculer $\sum_{n \text{ impair}} \frac{1}{n^4}$, puis $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^4}$.

17 Hauteur du premier pic de Gibbs

★★★★

Soit $S_{2m-1}(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{m-1} \frac{\sin((2k+1)t)}{2k+1}$ la somme partielle du créneau. (a) Montrer que $S'_{2m-1}(t) = \frac{2}{\pi} \frac{\sin 2mt}{\sin t}$. (b) Pour $m = 2$, calculer $S_3\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et comparer à 1,179.

18 Corde vibrante

★★★★

Une corde de longueur π , fixée aux deux extrémités, vérifie $\partial_{tt}u = 4\partial_{xx}u$, avec $u(x, 0) = 2 \sin 2x + \sin 3x$ et $\partial_t u(x, 0) = 0$. Donner u , sa période en t , et $u\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}\right)$.

19 La majoration du noyau de Fejér

★★★★

Montrer que, pour $0 < \delta \leq |s| \leq \pi$, $F_N(s) \leq \frac{1}{(N+1) \sin^2(\delta/2)}$. Pour $\delta = \frac{\pi}{2}$ et $N = 99$, donner la borne numérique et en déduire une majoration de $\frac{1}{2\pi} \int_{\delta \leq |s| \leq \pi} F_N(s) ds$.

20 Convergence normale pour une fonction C^1

★★★★

Soit f 2π -périodique de classe C^1 . (a) Relier $c_n(f')$ à $c_n(f)$. (b) Avec Parseval et Cauchy-Schwarz, montrer $\sum_{n \neq 0} |c_n(f)| < +\infty$. (c) Si $\frac{1}{2\pi} \int |f'|^2 = 3$, majorer $\sum_{n \neq 0} |c_n(f)|$.

21 Développement de $\cos(t/2)$

★★★★

Soit f 2π -périodique avec $f(t) = \cos \frac{t}{2}$ sur $] -\pi, \pi]$. Calculer a_0 et a_n , en déduire $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{4n^2 - 1}$ avec $t = \pi$.

Le livre d'exercices corrigés de maths Licence L3

Tout le programme en un seul PDF de 126 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

 Zyro te conseille la suite

✓ Exercices corrigés de maths

Séries de Fourier : exercices corrigés de maths Licence L3

■ Cours de maths

Séries de Fourier : cours de maths Licence L3

🎯 QCM de maths

Séries de Fourier : QCM de maths Licence L3

✓ Exercices corrigés de maths

Calcul différentiel dans $\mathbb{R}^n$: exercices corrigés de maths Licence L3

✓ Exercices corrigés de maths

Équations différentielles : exercices corrigés de maths Licence L3

■ Cours de maths

Calcul différentiel dans $\mathbb{R}^n$: cours de maths Licence L3

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage