

Séries entières : exercices de maths Maths Spé à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Maths Spé

Tout le programme en un seul PDF de 133 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

21 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

1 Une série géométrique en $x/3$

★☆☆

Déterminer le rayon de convergence de $\sum_{n \geq 0} \frac{x^n}{3^n}$, puis calculer sa somme lorsque $x = 1,5$.

2 Rayon 1 et bornes

★☆☆

Soit la série $\sum_{n \geq 0} \frac{n+1}{n+4} x^n$. Déterminer son rayon de convergence puis étudier la convergence en $x = 1$ et en $x = -1$.

3 Série de l'exponentielle



Déterminer le rayon de $\sum \frac{x^n}{n!}$, puis donner une valeur approchée de e avec les cinq premiers termes (de $n = 0$ à $n = 4$) en $x = 1$.

4 Somme d'une série géométrique



Pour $|x| < 2$, calculer $S(x) = \sum_{n \geq 0} \left(\frac{x}{2}\right)^n$. Que vaut $S(1)$? $S(-1)$?

5 Vrai ou faux



Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

- a. Si $\sum a_n$ converge, alors le rayon de $\sum a_n x^n$ est au moins égal à 1.
- b. Si le rayon vaut 2, alors $\sum a_n 2^n$ converge.
- c. Le rayon de $\sum n! x^n$ est nul.

6 Développer $1/(1+x^2)$



Développer en série entière $\frac{1}{1+x^2}$ en précisant le rayon, puis calculer la somme pour $x = \frac{1}{2}$ et comparer à la somme des quatre premiers termes.

7 Dériver une série géométrique



En dérivant $\sum_{n \geq 0} x^n = \frac{1}{1-x}$ terme à terme, calculer $\sum_{n \geq 1} n x^n$ pour $|x| < 1$, puis $\sum_{n \geq 1} \frac{n}{2^n}$.

8 Coefficients binomiaux centraux



Déterminer le rayon de convergence de $\sum_{n \geq 0} \binom{2n}{n} x^n$.

9 Une série lacunaire et sa somme



On pose $f(x) = \sum_{n \geq 0} \frac{x^{2n}}{4^n(n+1)}$.

- Déterminer le rayon de convergence.
- Pour $0 < |x| < 2$, exprimer $f(x)$ avec une fonction usuelle, puis calculer $f(1)$.

10 Fractions rationnelles



Développer en série entière $\frac{1}{(1-x)(1-2x)}$ à l'aide d'une décomposition en éléments simples, puis par produit de Cauchy. Donner le rayon.

11 Somme par produit de Cauchy



Montrer que, pour $|x| < 1$, $\sum_{n \geq 0} (n+1)x^n = \frac{1}{(1-x)^2}$. En déduire $\sum_{n \geq 0} \frac{n+1}{3^n}$ puis $\sum_{n \geq 1} \frac{n}{3^n}$.

12 Valeur approchée de $\ln(3/2)$



Écrire le développement en série entière de $\ln(1+x)$, puis donner une valeur approchée de $\ln \frac{3}{2}$ avec cinq termes et un majorant de l'erreur.

13 Somme de $n^2 x^n$



Calculer $\sum_{n \geq 1} n^2 x^n$ pour $|x| < 1$ en dérivant $\sum n x^n = \frac{x}{(1-x)^2}$. En déduire $\sum_{n \geq 1} \frac{n^2}{3^n}$.

14 Sommes liées à ch 1 et sh 1



Calculer en fonction de e les sommes $\sum_{n \geq 0} \frac{1}{(2n)!}$ et $\sum_{n \geq 0} \frac{1}{(2n+1)!}$, puis donner des valeurs approchées.

15 Équation $y'' - 4y = 0$



Résoudre $y'' - 4y = 0$ avec $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$, en cherchant y sous forme de série entière. Reconnaître la somme.

16 Équation $(1+x)y' = y/2$



On considère $(1+x)y' = \frac{1}{2}y$ avec $y(0) = 1$.

- Trouver la relation de récurrence sur les coefficients d'une solution en série entière, calculer $a_0, \dots, a_3$ et le rayon.
- Reconnaître la solution, puis donner une valeur approchée de $\sqrt{1,1}$ avec les quatre premiers termes.

17 Une fonction C^∞ non développable



Soit $f(x) = e^{-1/x^2}$ si $x \neq 0$ et $f(0) = 0$. On admet que f est de classe C^∞ sur $\mathbb{R}$ avec $f^{(k)}(0) = 0$ pour tout k (on montre que $f^{(k)}(x) = P_k(1/x)e^{-1/x^2}$ pour un polynôme P_k , puis on utilise les croissances comparées).

Écrire la série de Taylor de f en 0 et expliquer pourquoi f n'est pas développable en série entière.

18 Exponentielle complexe et équation

★★★

- Écrire sous forme algébrique $e^{2+i\pi/3}$.
- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $e^z = 1 + i\sqrt{3}$.
- Montrer que pour tout complexe z , $|e^z| = e^{\operatorname{Re} z}$.

19 Rayon de $\sum n!/n^n x^n$

★★★

Déterminer le rayon de convergence de $\sum_{n \geq 1} \frac{n!}{n^n} x^n$. Que peut-on dire de la série en $x = 3$?

20 La série de argth

★★★

On pose $S(x) = \sum_{n \geq 0} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$.

- Déterminer le rayon de convergence de S .
- Calculer $S'(x)$ puis en déduire $S(x)$ avec un logarithme.
- Calculer $S\left(\frac{1}{2}\right)$.

21 Une équation à coefficient variable

★★★

Soit l'équation $y'' - 2xy' - 2y = 0$ avec $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$. Chercher une solution en série entière : trouver la récurrence, calculer $a_0, \dots, a_5$ et justifier que le rayon est infini.

Le livre d'exercices corrigés de maths Maths Spé

Tout le programme en un seul PDF de 133 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Zyro te conseille la suite

Exercices corrigés de maths

Séries entières : exercices corrigés de maths Maths Spé

Cours de maths

Séries entières : cours de maths Maths Spé

QCM de maths

Séries entières : QCM de maths Maths Spé

Exercices corrigés de maths

Intégration sur un intervalle quelconque : exercices corrigés de maths Maths Spé

✓ Exercices corrigés de maths

Topologie des espaces vectoriels normés
: exercices corrigés de maths Maths Spé

■ Cours de maths

Intégration sur un intervalle quelconque :
cours de maths Maths Spé

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage