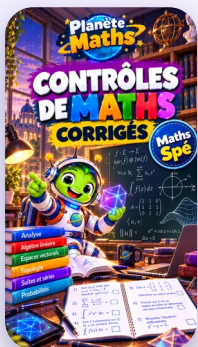


Séries entières : corrigé du contrôle de maths Maths Spé à télécharger en PDF



Le livre de contrôles corrigés de maths Maths Spé

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigé du contrôle avec le barème détaillé. Compte tes points et repère ce qu'il faut revoir.

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice autorisée seulement quand l'énoncé le précise.

1 Rayons de convergence

/ 4 pts

a. $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{n+2}{5(n+1)} \rightarrow \frac{1}{5}$, donc $R = 5$. (1 pt)

b. $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(n+1)!}{(2n+2)!} \cdot \frac{(2n)!}{n!} = \frac{n+1}{(2n+2)(2n+1)} = \frac{1}{2(2n+1)} \rightarrow 0$, donc $R = +\infty$. (1 pt)

c. Avec $t = x^2$: $\sum (t/9)^n$ converge si $|t| < 9$ soit $|x| < 3$: $R = 3$. (1 pt)

d. Avec $t = x^3$: $\sum (2t)^n$ converge si $|t| < \frac{1}{2}$, soit $|x| < 2^{-1/3}$: $R = 2^{-1/3} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. (1 pt)

2 Somme d'une série entière

/ 4 pts

a. $S(x) = \sum (n+1)x^n + \sum x^n$. (1 pt)

b. $\sum (n+1)x^n = \frac{1}{(1-x)^2}$ et $\sum x^n = \frac{1}{1-x}$, donc
 $S(x) = \frac{1+(1-x)}{(1-x)^2} = \frac{2-x}{(1-x)^2}$. (2 pts)

c. Pour $x = \frac{1}{2}$: $S\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3/2}{1/4} = 6$. (1 pt)

3 Développement d'une fraction

/ 4 pts

a. $x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$ et $f(x) = \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-2}$. (1 pt)

b. $\frac{1}{x-3} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1-x/3}$ et $-\frac{1}{x-2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-x/2}$. Donc
 $f(x) = \sum_{n \geq 0} \left(\frac{1}{2^{n+1}} - \frac{1}{3^{n+1}} \right) x^n$ pour $|x| < 2$, et $R = 2$ (le pôle $x = 2$ est le plus proche de 0). (2 pts)

c. $a_0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} = f(0)$; $a_1 = \frac{1}{4} - \frac{1}{9} = \frac{5}{36}$. (1 pt)

4 Équation différentielle

/ 4 pts

Avec $y = \sum a_n x^n$: $(n+2)(n+1)a_{n+2} = -9a_n$. (1 pt)

Conditions initiales : $a_0 = 2$, $a_1 = 3$. (0,5 pt)

Coefficients pairs : $a_{2p} = \frac{2(-9)^p}{(2p)!} = 2(-1)^p \frac{3^{2p}}{(2p)!}$; impairs :

$$a_{2p+1} = \frac{3(-9)^p}{(2p+1)!} = (-1)^p \frac{3^{2p+1}}{(2p+1)!}. \text{ (1 pt)}$$

Rayon infini (quotient $\rightarrow 0$) (0,5 pt), et $y(x) = 2 \cos 3x + \sin 3x$. (1 pt)

5 Exponentielle complexe

/ 4 pts

a. $e^{3+i\pi/4} = e^3 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{\sqrt{2} e^3}{2} (1 + i)$. (1 pt)

b. $-2i = 2e^{-i\pi/2} = e^{\ln 2 - i\pi/2}$, donc $z = \ln 2 - \frac{i\pi}{2} + 2ik\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. (1 pt)

c. $\cos 1 \approx 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{24} = \frac{13}{24} \approx 0,5417$. La série est alternée et à termes décroissants, l'erreur est majorée par le terme suivant $\frac{1}{720} \approx 0,0014$. (2 pts)

Le livre de contrôles corrigés de maths Maths Spé

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

 **Zyro te conseille la suite**

 Contrôles de maths

Séries entières : contrôle de maths
Maths Spé

 Cours de maths

Séries entières : cours de maths Maths
Spé

 QCM de maths

Séries entières : QCM de maths Maths
Spé

 Contrôles de maths

Intégration sur un intervalle quelconque :
contrôle de maths Maths Spé

 Contrôles de maths

Topologie des espaces vectoriels normés
: contrôle de maths Maths Spé

 Cours de maths

Intégration sur un intervalle quelconque :
cours de maths Maths Spé

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage