

Séries entières : corrigé du contrôle de maths Licence L2 à télécharger en PDF



Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L2

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigé du contrôle avec le barème détaillé. Compte tes points et repère ce qu'il faut revoir.

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice autorisée seulement quand l'énoncé le précise.

1

Rayons de convergence

/ 4 pts

a) $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{2n+3}{2n+1} \cdot \frac{1}{5} \rightarrow \frac{1}{5} : R = 5. (1 \text{ pt})$

b) $\frac{a_{n+1}}{a_n} = 4 \cdot \frac{n^2+1}{(n+1)^2+1} \rightarrow 4 : R = \frac{1}{4} (0,5 \text{ pt}).$ Aux bords $x = \pm \frac{1}{4},$

$|a_n x^n| = \frac{1}{n^2+1},$ série convergente : le domaine est $[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}]. (1 \text{ pt})$

c) $\left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right| = |x| \frac{n^n}{(n+1)^n} = |x| \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{-n} \rightarrow \frac{|x|}{e} : R = e. (1,5 \text{ pt})$

2 Une somme à calculer

/ 3 pts

1) $\frac{1}{1-x}$. (0,5 pt)

2) $\sum nx^n = \frac{x}{(1-x)^2}$ et $\sum n(n-1)x^n = \frac{2x^2}{(1-x)^3}$. Comme $n^2 = n(n-1) + n$:

$$\sum n^2 x^n = \frac{2x^2 + x(1-x)}{(1-x)^3} = \frac{x(1+x)}{(1-x)^3}. \text{ (1,5 pt)}$$

3) En $x = \frac{1}{2} : \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}}{\frac{1}{8}} = 6$. (1 pt)

3 Fractions rationnelles

/ 4 pts

$x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$, donc $f(x) = \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-2}$. (1 pt)

$$\frac{1}{x-3} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1-x/3} \text{ et } -\frac{1}{x-2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-x/2}. \text{ (1 pt)}$$

Donc $f(x) = \sum \left(\frac{1}{2^{n+1}} - \frac{1}{3^{n+1}} \right) x^n$. (1 pt) Contrôle : $f(0) = \frac{1}{6}$.

Rayon : $R = 2$ (le plus petit des deux). (1 pt)

4 Intégration terme à terme

/ 4 pts

1) $\frac{2x}{1+x^2} = 2 \sum (-1)^n x^{2n+1}, |x| < 1$. (1 pt)

2) $\ln(1+x^2) = \int_0^x \frac{2t}{1+t^2} dt = \sum_{n \geq 0} \frac{2(-1)^n x^{2n+2}}{2n+2} = \sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^{n-1} x^{2n}}{n}$, rayon 1. (2 pts)

3) En $x = \frac{1}{2} : \sum \frac{(-1)^{n-1}}{n4^n} = \ln \frac{5}{4} \approx 0,2231$. (1 pt)

5

Équation différentielle

/ 5 pts

1) $y'' = \sum (n+2)(n+1)a_{n+2}x^n$ et $xy = \sum a_{n-1}x^n$ ($n \geq 1$). Donc $2a_2 = 0$ et $(n+2)(n+1)a_{n+2} = a_{n-1}$ pour $n \geq 1$. (2 pts)

2) $a_0 = 1, a_1 = 0, a_2 = 0, a_3 = \frac{a_0}{6} = \frac{1}{6}, a_4 = \frac{a_1}{12} = 0, a_5 = \frac{a_2}{20} = 0,$
 $a_6 = \frac{a_3}{30} = \frac{1}{180}$. (1,5 pt)

3) Seuls les a_{3k} sont non nuls ; avec $b_k = a_{3k}, \frac{b_{k+1}}{b_k} = \frac{1}{(3k+3)(3k+2)} \rightarrow 0$, donc la série en $X = x^3$ a un rayon infini, et y aussi. (1,5 pt)

Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L2

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Entraîne-toi : défi express de Licence L2
[Changer de niveau](#)

Niveau : Licence L2

6 questions au hasard, correction tout de suite.


[Lancer le défi](#)


Zyro te conseille la suite



Contrôles de maths

Séries entières : contrôle de maths
Licence L2



Cours de maths

Séries entières : cours de maths Licence
L2



QCM de maths

Séries entières : QCM de maths Licence
L2



Contrôles de maths

Topologie des espaces métriques et
normés : contrôle de maths Licence L2



Contrôles de maths

Calcul différentiel à plusieurs variables :
contrôle de maths Licence L2



Cours de maths

Topologie des espaces métriques et
normés : cours de maths Licence L2

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage