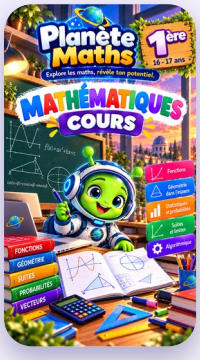
PLANÈTE MATHS · PLANETE-MATHS.EU

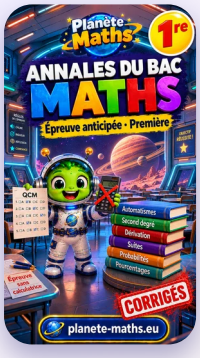
Second degré : cours de maths 1ère à télécharger en PDF



Le livre de cours de maths 1ère

Tout le programme en un seul PDF de 103 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre



Les annales du bac de maths 1ère

Les exercices rangés par thème, tous les corrigés à la fin, dans un PDF de 200 pages.

Voir le livre

Second degré 1ère : la trajectoire d'un ballon de basket, la forme d'une antenne parabolique, le bénéfice d'une petite entreprise : ces situations se décrivent avec une même famille de fonctions, les **trinômes du second degré**. Ensuite, dans ce chapitre, tu apprends à les écrire sous trois formes, à les résoudre et à étudier leur signe.

L'essentiel : Une fonction polynôme du second degré s'écrit $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$. Son discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$ donne le nombre de racines : deux si $\Delta > 0$, une si

$\Delta = 0$, aucune si $\Delta < 0$. Pour $x^2 - 5x + 6$, $\Delta = 1$ et les racines sont 2 et 3.

1. La fonction polynôme du second degré (second degré 1ère)

D **Trinôme du second degré**

Une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ est une **fonction polynôme du second degré** s'il existe trois réels a, b, c avec $a \neq 0$ tels que, pour tout réel x :

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

Cette écriture est la **forme développée** (ou forme réduite). Par ailleurs, on l'appelle aussi un trinôme.

E **Exemple 1 : repérer a, b, c**

Pour $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$: $a = 3$, $b = -5$, $c = 2$. Puis pour $g(x) = 4 - x^2$: $a = -1$, $b = 0$, $c = 4$. Ensuite, pour $h(x) = (x - 1)(x + 2)$, on développe : $h(x) = x^2 + x - 2$, donc $a = 1$, $b = 1$, $c = -2$.

⚠ **Attention**

Si $a = 0$, la fonction devient affine : ce n'est plus un trinôme du second degré. Puis la condition $a \neq 0$ est essentielle.

2. La forme canonique

P **Forme canonique**

Tout trinôme $f(x) = ax^2 + bx + c$ s'écrit, pour tout réel x :

$$f(x) = a\,(x - \alpha)^2 + \beta \quad \text{avec} \quad \alpha = -\frac{b}{2a} \quad \text{et} \quad \beta = f(\alpha).$$

Démonstration. On met a en facteur : $f(x) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$. Or $x^2 + \frac{b}{a}x = \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2}$. De plus, on obtient donc $f(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right]$, ce qui est de la forme annoncée.

M **Méthode : obtenir la forme canonique**

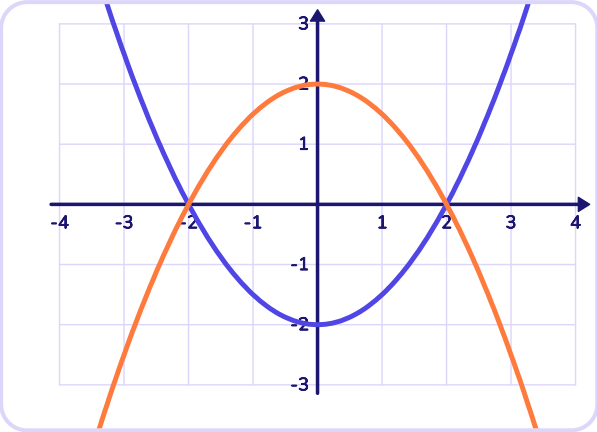
1. Mettre a en facteur devant x^2 et x.
2. Reconnaître le début d'un carré : $x^2 + px = (x + \frac{p}{2})^2 - \frac{p^2}{4}$.
3. Redistribuer a et regrouper les constantes.

E **Exemple 2 : forme canonique de 2x² + 12x + 7**

$2x^2 + 12x + 7 = 2(x^2 + 6x) + 7 = 2\left[(x+3)^2 - 9\right] + 7 = 2(x+3)^2 - 18 + 7 = 2$
Ici $\alpha = -3$ et $\beta = -11$: on retrouve bien $f(-3) = 18 - 36 + 7 = -11$.

3. La parabole et ses variations (second degré 1ère)

La courbe d'une fonction du second degré est une **parabole**. Son point le plus haut ou le plus bas est le **sommet** $S(\alpha\,;\,\beta)$, et la droite verticale d'équation $x = \alpha$ est son **axe de symétrie**.

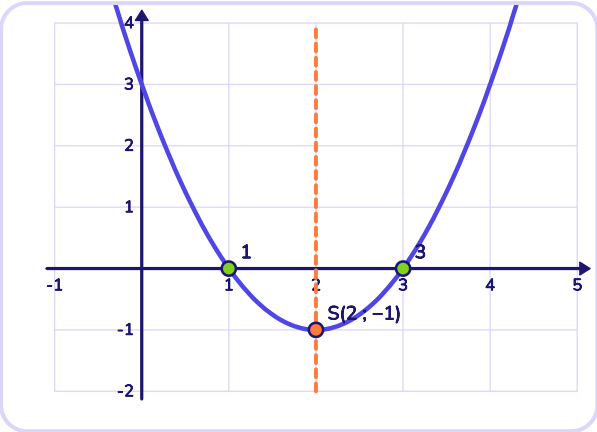


P **Variations**

- Si $a > 0$: f décroît sur $]-\infty\,;\alpha]$, croît sur $[\alpha\,;+\infty[$ et admet un **minimum** β en α. La parabole est tournée vers le haut.
- Si $a < 0$: f croît puis décroît, et admet un **maximum** β en α. La parabole est tournée vers le bas.

E **Exemple 3 : lire une parabole**

Pour $f(x) = x^2 - 4x + 3$, on a $\alpha = \dfrac{4}{2} = 2$ et $\beta = f(2) = 4 - 8 + 3 = -1$.
Ensuite, le sommet est $S(2\,;-1)$, l'axe est la droite $x = 2$ et le minimum vaut -1.



4. Le discriminant et les racines

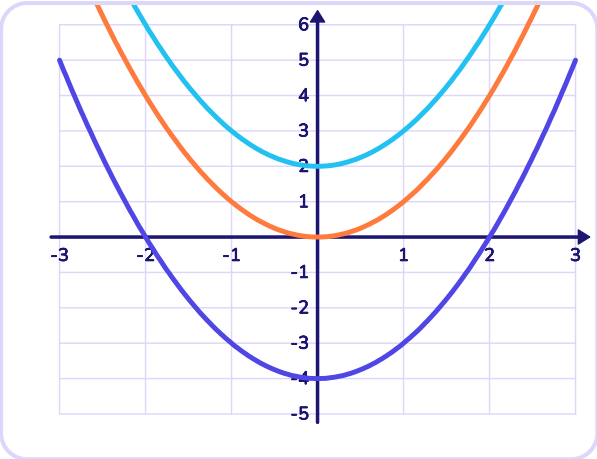
D **Discriminant**

Le **discriminant** du trinôme $ax^2 + bx + c$ est le nombre $\Delta = b^2 - 4ac$. Par ailleurs, une **racine** est un réel x tel que $f(x) = 0$: c'est l'abscisse d'un point où la parabole coupe l'axe des abscisses.

P **Solutions de ax² + bx + c = 0**

- Si $\Delta > 0$: deux racines distinctes $x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.
- Si $\Delta = 0$: une racine double $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$ (égale à α).
- Si $\Delta < 0$: aucune racine réelle.

La justification vient de la forme canonique : $f(x) = a\left[(x - \alpha)^2 - \dfrac{\Delta}{4a^2}\right]$. Puis un carré ne peut valoir que des nombres positifs ou nuls, d'où les trois cas.



Sur la figure, la parabole bleue ($x^2 - 4$) coupe l'axe en deux points, l'orange (x^2) le touche en un seul point et la cyan ($x^2 + 2$) ne le rencontre pas.

E **Exemple 4 : résoudre $2x^2 + x - 3 = 0$**

$\Delta = 1^2 - 4 \times 2 \times (-3) = 1 + 24 = 25 > 0$. Ensuite, les racines sont $x_1 = \dfrac{-1-5}{4} = -\dfrac{3}{2}$ et $x_2 = \dfrac{-1+5}{4} = 1$.

E **Exemple 5 : les autres cas**

Pour $x^2 - 6x + 9 = 0$: $\Delta = 36 - 36 = 0$, racine double $x_0 = 3$. Puis pour $x^2 + 2x + 5 = 0$: $\Delta = 4 - 20 = -16 < 0$, aucune solution réelle.

5. Forme factorisée et signe du trinôme (second degré 1ère)

P **Forme factorisée**

Si $\Delta > 0$, alors $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$. Également, si $\Delta = 0$, alors $f(x) = a(x - x_0)^2$. Si $\Delta < 0$, le trinôme ne se factorise pas dans $\mathbb{R}$.

P **Signe du trinôme**

Le trinôme est **du signe de a** à l'extérieur des racines, et du signe contraire de a entre les racines. Si $\Delta \leq 0$, il est du signe de a pour tout x (et nul seulement en x_0 quand $\Delta = 0$).

Cas $\Delta > 0$	$x < x_1$	$x = x_1$	$x_1 < x < x_2$	$x = x_2$	$x > x_2$
$a > 0$	$+$	0	$-$	0	$+$
$a < 0$	$-$	0	$+$	0	$-$

E **Exemple 6 : une inéquation**

Résolvons $2x^2 + x - 3 < 0$. D'après l'exemple 4, les racines sont $-\frac{3}{2}$ et 1, et $a = 2 > 0$. De plus, le trinôme est négatif entre les racines : l'ensemble des solutions est $\left]-\frac{3}{2} ; 1\right[$.

M **Méthode : résoudre une inéquation du second degré**

1. Tout ramener d'un côté pour comparer à 0.
2. Calculer Δ puis les racines éventuelles.
3. Lire le signe du trinôme avec le signe de a.
4. Conclure avec des intervalles en respectant les crochets (inégalité large ou stricte).

6. Somme et produit des racines

P **Relations entre racines et coefficients**

Si $\Delta \geq 0$, les racines x_1 et x_2 vérifient :

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad \text{et} \quad x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}.$$

E **Exemple 7 : deux nombres connus par leur somme et leur produit**

Cherchons deux nombres de somme 13 et de produit 40. Ensuite, ce sont les racines de $x^2 - 13x + 40 = 0$. $\Delta = 169 - 160 = 9$, donc $x = \dfrac{13 \pm 3}{2}$: les nombres sont 5 et 8.

! **Astuce de Zyro**

Sur ma planète, on teste d'abord $x = 1$: si $a + b + c = 0$, alors 1 est une racine et l'autre est $\dfrac{c}{a}$. Cela évite parfois le discriminant !

7. Équations qui s'y ramènent

Certaines équations se ramènent à un trinôme par un changement d'inconnue. Par ailleurs, pour $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$, on pose $X = x^2$: $X^2 - 10X + 9 = 0$, de racines $X = 1$ et $X = 9$. Comme $x^2 = X$, on obtient $x = \pm 1$ ou $x = \pm 3$. Pense à rejeter les valeurs négatives de X, car un carré ne peut pas être négatif.

Attention

Ne divise jamais par x pour « simplifier » $x^2 = 3x$: tu perdrais la solution 0. Puis écris plutôt $x^2 - 3x = 0$, soit $x(x-3) = 0$.

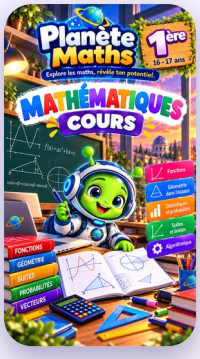
À retenir

- Un trinôme s'écrit $ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$; sa courbe est une parabole.
- Forme canonique : $a(x-\alpha)^2 + \beta$ avec $\alpha = -\dfrac{b}{2a}$ et $\beta = f(\alpha)$; le sommet est $S(\alpha\,;\beta)$.
- Discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$: deux racines si $\Delta > 0$, une double si $\Delta = 0$, aucune si $\Delta < 0$.
- Le trinôme est du signe de a à l'extérieur des racines.
- Somme des racines $-\dfrac{b}{a}$, produit $\dfrac{c}{a}$.

Bien réviser avec second degré 1ère

Pour bien apprendre ce chapitre, commence par recopier les propriétés importantes sur une fiche. Puis explique-les à voix haute, comme à un camarade. Enfin, vérifie que tu sais les appliquer sur un exemple chiffré.

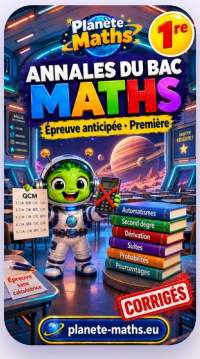
De plus, un travail régulier sur second degré 1ère vaut mieux qu'une longue séance de dernière minute. Par exemple, refais un exercice raté quelques jours plus tard et vérifie que tu le réussis seul.



Le livre de cours de maths 1ère

Tout le programme en un seul PDF de 103 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre



Les annales du bac de maths 1ère

Les exercices rangés par thème, tous les corrigés à la fin, dans un PDF de 200 pages.

Voir le livre

Entraîne-toi : défi express de 1ère

Changer de niveau

Niveau : **1ère**

6 questions au hasard, correction tout de suite.

🚀 Lancer le défi

Automatismes 1ère : combien de réponses en 60 secondes ?

60 secondes : réponds à un maximum de questions, sans réfléchir trop longtemps.

⚡ C'est parti !

🚀 Zyro te conseille la suite



✏️ **Exercices de maths**

Second degré : exercices de maths 1ère à télécharger en PDF



📝 **Contrôles de maths**

Second degré : contrôle de maths 1ère à télécharger en PDF



🎯 **QCM de maths**

Second degré : QCM de maths 1ère



✏️ **Exercices de maths**

Suites numériques : exercices de maths 1ère à télécharger en PDF



✏️ **Exercices de maths**

Dérivation : exercices de maths 1ère à télécharger en PDF



📝 **Contrôles de maths**

Suites numériques : contrôle de maths 1ère à télécharger en PDF

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage