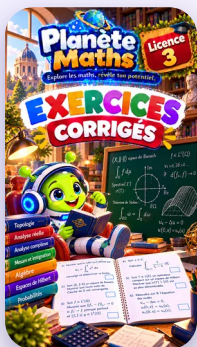


Singularités et théorème des résidus : exercices de maths Licence L3 à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Licence L3

Tout le programme en un seul PDF de 126 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

21 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

1 Laurent de l'exponentielle inverse

★☆☆

Écrire le développement de Laurent de $f(z) = e^{1/z}$ sur $\mathbb{C}^*$. Quelle est la nature de la singularité en 0 ? Quel est le résidu de f en 0 ?

2 Une singularité effaçable

★☆☆

Soit $f(z) = \frac{\sin 3z}{z}$ pour $z \neq 0$. Montrer que 0 est une singularité effaçable et donner la valeur du prolongement en 0 .

3 Pôles et résidus de $1/(z^2+4)$



Déterminer les singularités de $f(z) = \frac{1}{z^2 + 4}$, leur nature et leurs résidus.

4 Deux résidus d'une fraction



Calculer les résidus de $f(z) = \frac{z+2}{(z-1)(z-3)}$ en ses pôles, puis leur somme.

5 Indice d'un cercle orienté



Soit γ le cercle de centre 1 et de rayon 2, parcouru une fois dans le sens des aiguilles d'une montre. Déterminer $n(\gamma, 0)$, $n(\gamma, 2)$ et $n(\gamma, 4)$. En déduire $\oint_{\gamma} \frac{dz}{z-2}$.

6 Deux intégrales sur le cercle unité



Le cercle unité est parcouru une fois dans le sens direct. Calculer (a) $\oint \frac{e^z}{z} dz$; (b)

$$\oint \frac{\cos z}{z^3} dz.$$

7 Ordre d'un pôle et résidu



Soit $f(z) = \frac{1}{z(e^z - 1)}$. Quel est l'ordre du pôle en 0 ? Calculer $\text{Res}(f, 0)$.

8 Deux développements de $1/(z(z-1))$



Soit $f(z) = \frac{1}{z(z-1)}$. Donner le développement de Laurent de f (a) sur $0 < |z| < 1$; (b) sur $|z| > 1$. Quel est le coefficient de z^{-1} dans chacun ?

9 Résidus en un pôle multiple



Calculer (a) le résidu en 0 de $\frac{e^{2z}}{z^3}$; (b) le résidu en 1 de $\frac{e^z}{(z-1)^2}$.

10 Résidu au carré et intégrale



Calculer le résidu de $f(z) = \frac{1}{(z^2 + 1)^2}$ en i , puis en déduire $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^2}$.

11 Résidu de $1/(z^2 \sin z)$



Calculer $\text{Res} \left(\frac{1}{z^2 \sin z}, 0 \right)$.

12 Pôles de $1/(e^z - 1)$



Montrer que $f(z) = \frac{1}{e^z - 1}$ est méromorphe sur $\mathbb{C}$, déterminer ses pôles et leurs résidus, et donner les trois premiers termes de son développement de Laurent en 0.

13 Une intégrale trigonométrique



Calculer $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5 + 3 \cos \theta}$ avec le théorème des résidus.

14 Produit de deux fractions



Calculer $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)}$ par les résidus, puis vérifier par décomposition en éléments simples.

15 Une intégrale de Fourier

★★★★

Calculer $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos x}{x^2 + 9} dx$.

16 Intégrale de $1/(x^4+1)$ sur $[0; +\infty[$

★★★★

Calculer $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^4 + 1}$.

17 Cercle et trois pôles

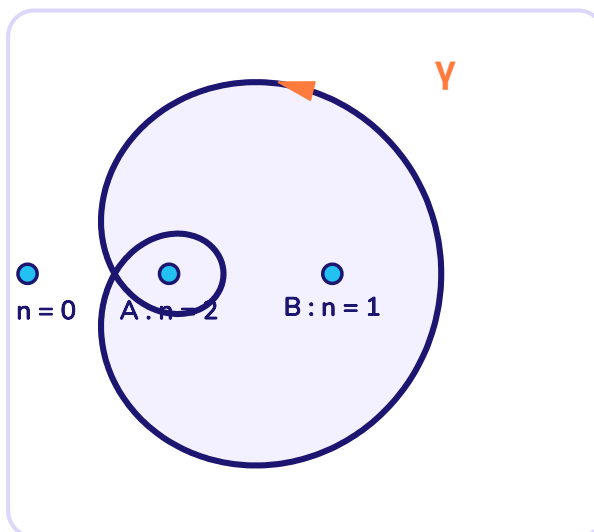
★★★★

Calculer $\oint_{|z|=3} \frac{2z+1}{(z-1)(z+2)(z-5)} dz$, le cercle étant parcouru une fois dans le sens direct.

18 Lacet à boucle intérieure

★★★★

Le lacet γ est le limaçon $\gamma(t) = \left(\frac{1}{2} + \cos t\right)e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$ (figure). On admet que $n(\gamma, A) = 2$ pour $A = \frac{1}{4}$ et $n(\gamma, B) = 1$ pour $B = 1$. Calculer $\oint_{\gamma} \frac{dz}{(z - \frac{1}{4})(z - 1)}$.



19 Casorati sur $e^{1/z}$

★★★★

Soit $f(z) = e^{1/z}$. (a) Pour tout $c \in \mathbb{C}^*$, construire une suite $z_n \rightarrow 0$ telle que $f(z_n) = c$. (b) Construire une suite $w_n \rightarrow 0$ avec $f(w_n) \rightarrow 0$. (c) En déduire que f n'a pas de limite en 0 et que l'image de tout disque épointé est dense dans $\mathbb{C}$.

20 Intégrale de $1/(2 + \cos \theta)^2$

★★★★

Calculer $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{(2 + \cos \theta)^2}$.

21 Intégrale de $x \sin x/(x^2+1)$

★★★★

Montrer que $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin x}{x^2 + 1} dx = \frac{\pi}{e}$ (intégrale semi-convergente, qu'on admet convergente).

Le livre d'exercices corrigés de maths Licence L3

Tout le programme en un seul PDF de 126 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

 **Zyro te conseille la suite**

✓ Exercices corrigés de maths

Singularités et théorème des résidus :
exercices corrigés de maths Licence L3

■ Cours de maths

Singularités et théorème des résidus :
cours de maths Licence L3

🎯 QCM de maths

Singularités et théorème des résidus :
QCM de maths Licence L3

✓ Exercices corrigés de maths

Réduction des endomorphismes :
exercices corrigés de maths Licence L3

✓ Exercices corrigés de maths

Groupes, anneaux et corps : exercices
corrigés de maths Licence L3

■ Cours de maths

Réduction des endomorphismes : cours
de maths Licence L3

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage