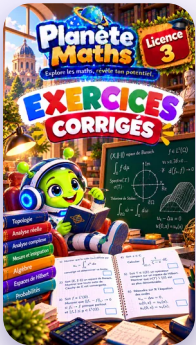


Réduction des endomorphismes : exercices de maths Licence L3 à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Licence L3

Tout le programme en un seul PDF de 126 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

20 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

1 Un polynôme qui annule

★ ★ ★

Soit $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ et $P = X^2 - 5X + 6$.

- Calculer $P(A)$.
- En déduire le polynôme minimal de A .

2 Vrai ou faux ?



Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse, avec justification.

- Le polynôme minimal de $\text{diag}(2, 2, 5)$ est $(X - 2)(X - 5)$.
- Une matrice de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ peut avoir un polynôme minimal de degré 4.
- Deux matrices de $\mathcal{M}_3(\mathbb{C})$ de mêmes polynômes caractéristique et minimal sont semblables.

3 Spectre d'une triangulaire



Soit $T = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Donner χ_T , les valeurs propres, et dire si T est trigonalisable.

4 Trace et déterminant



Une matrice $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ a pour trace 5 et pour déterminant 6.

- Donner χ_A , les valeurs propres, le polynôme minimal. A est-elle diagonalisable ?
- Même question si la trace est 6 et le déterminant 9.

5 Inverse par Cayley-Hamilton



Soit $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Calculer χ_A , vérifier que $A^2 - 3A + I = 0$, puis exprimer A^{-1} comme polynôme en A et la calculer.

6 Un nilpotent d'ordre 3



Soit $N = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Calculer N^2 et N^3 , le polynôme minimal et le polynôme caractéristique de N , puis l'inverse de $I + N$.

7 Projecteurs et symétries



Soit p un projecteur de E différent de 0 et de Id , et s une symétrie ($s^2 = \text{Id}$) différente de $\pm \text{Id}$. Déterminer μ_p et μ_s , puis dire si p et s sont diagonalisables.

8 Diagonaliser et calculer les puissances



Soit $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Diagonaliser A , puis calculer A^k pour tout entier k et vérifier le résultat pour $k = 4$.

9 Une matrice non diagonalisable



Soit $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Déterminer χ_B , $\dim \ker(B - 2I)$ et μ_B . B est-elle diagonalisable ?

10 Lemme des noyaux en pratique



Soit $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

a. Montrer que $A^2 - 3A + 2I = 0$.

b. Décomposer le vecteur $x = (3, 2)$ selon $\ker(A - I) \oplus \ker(A - 2I)$ à l'aide des projecteurs polynomiaux.

11 Trigonaliser une matrice 2x2

★★★

Soit $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$. Montrer que C n'est pas diagonalisable, puis trouver P inversible telle que $P^{-1}CP$ soit triangulaire supérieure.

12 Polynômes minimaux de deux matrices

★★★

Soit $E_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ et $F = \text{diag}(1, 1, 2)$. Déterminer μ_{E_1} et μ_F ; les deux matrices sont-elles semblables ?

13 Dunford d'une matrice 2x2

★★★

Donner la décomposition de Dunford de $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

14 Puissances par le binôme

★★★

Avec les notations de l'exercice précédent, calculer C^k pour $k \geq 1$, puis C^5 .

15 Une suite récurrente linéaire

★★★★

La suite (u_n) vérifie $u_0 = 1$, $u_1 = 4$ et $u_{n+2} = 5u_{n+1} - 6u_n$. Poser $A = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, diagonaliser A et en déduire une expression de u_n .

16 Forme de Jordan d'une matrice 3x3

★★★

Soit $G = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$. Montrer que $\chi_G = (X - 1)^3$, calculer $N = G - I$, N^2 , puis trouver une base de Jordan et la matrice de Jordan de G .

17 Reconstituer la forme de Jordan d'un nilpotent

★★★

Un endomorphisme nilpotent N de $\mathbb{C}^5$ vérifie $\dim \ker N = 2$, $\dim \ker N^2 = 4$ et $\dim \ker N^3 = 5$. Déterminer ses blocs de Jordan, μ_N et les rangs de N , N^2 , N^3 .

18 Dunford d'une matrice 3x3

★★★

Soit $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \end{pmatrix}$. Calculer χ_M , le projecteur π sur $\ker(M + I)$ parallèlement à $\ker(M - 2I)^2$, puis la décomposition de Dunford de M .

19 Réduction sur $\mathbb{R}$ et sur $\mathbb{C}$

★★★

Soit $R = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$. Montrer que $R^2 + R + I = 0$. R est-elle diagonalisable sur $\mathbb{R}$? sur $\mathbb{C}$? Calculer R^{2026} .

20 Classer les endomorphismes avec $A^3 = A^2$

★★★

Soit $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ vérifiant $A^3 = A^2$ et $\text{rg } A = 2$. Montrer que A est semblable à l'une des deux matrices $\text{diag}(0, 1, 1)$ ou $J_2(0) \oplus (1)$, et que ces deux cas se produisent.

Le livre d'exercices corrigés de maths Licence L3

Tout le programme en un seul PDF de 126 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

Zyro te conseille la suite

Exercices corrigés de maths

Réduction des endomorphismes :
exercices corrigés de maths Licence L3

Cours de maths

Réduction des endomorphismes : cours
de maths Licence L3

QCM de maths

Réduction des endomorphismes : QCM
de maths Licence L3

Exercices corrigés de maths

Groupes, anneaux et corps : exercices
corrigés de maths Licence L3

✓ **Exercices corrigés de maths**

Topologie des espaces métriques :
exercices corrigés de maths Licence L3

■ **Cours de maths**

Groupes, anneaux et corps : cours de
maths Licence L3

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage