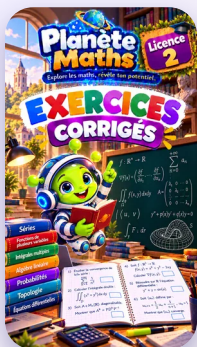


Réduction des endomorphismes : exercices de maths Licence L2 à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Licence L2

Tout le programme en un seul PDF de 128 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

21 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

1 Un vecteur propre est-il propre ?

★☆☆

Soit $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$. Montrer que $u = (1, 1)$ est un vecteur propre de M et donner la valeur propre associée. Le vecteur $w = (1, 2)$ est-il un vecteur propre de M ?

2 Polynôme caractéristique d'une matrice 2x2

★☆☆

Soit $N = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. Calculer χ_N , en déduire les valeurs propres de N , puis une base de chaque sous-espace propre.

3 Valeurs propres d'une matrice triangulaire



Soit $T = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 0 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$. Donner sans calcul long les valeurs propres de T , sa trace et son déterminant. Cette matrice est-elle diagonalisable ?

4 Vrai ou faux avec justification



Dire, en justifiant, si chaque affirmation est vraie ou fausse pour $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

- a. Si 0 est valeur propre de A , alors A n'est pas inversible.
- b. Un même vecteur propre peut être associé à deux valeurs propres distinctes.
- c. Toute matrice 2×2 réelle possède une valeur propre réelle.

5 Calculer une puissance par diagonalisation



On donne $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ et $D = \text{diag}(3, -2)$. Vérifier que $MP = PD$, puis calculer M^4 .

6 Une suite à vérifier



Montrer que la suite $v_n = 3^n + 4^n$ vérifie $v_{n+2} = 7v_{n+1} - 12v_n$ pour tout n , et préciser v_0 et v_1 . Quelles sont les racines du polynôme $x^2 - 7x + 12$?

7 Valeurs propres d'une matrice compagnon



Soit $K = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -6 & 5 \end{pmatrix}$. Calculer son polynôme caractéristique, puis vérifier que $(1, \lambda)$ est un vecteur propre associé à chaque valeur propre λ .

8 Diagonaliser une matrice 3x3



Soit $B_2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

- Calculer χ_{B_2} .
- Déterminer les sous-espaces propres.
- Conclure sur la diagonalisabilité et donner P et D avec $B_2 = PDP^{-1}$.

9 Une matrice non diagonalisable



Soit $C_1 = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$. Calculer son polynôme caractéristique, déterminer son unique sous-espace propre et montrer que C_1 n'est pas diagonalisable.

10 Trigonaliser



Avec la matrice C_1 de l'exercice précédent, trouver une matrice inversible P telle que $P^{-1}C_1P$ soit triangulaire supérieure. On prendra $u = (1, -2)$ pour premier vecteur.

11 Étude avec un paramètre



Pour $a \in \mathbb{R}$, soit $M_a = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ a & 1 \end{pmatrix}$. Discuter, selon a , la diagonalisabilité de M_a sur $\mathbb{R}$.

12 Inverse par Cayley-Hamilton



Pour $N = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, écrire la relation de Cayley-Hamilton et en déduire N^{-1} . Vérifier le résultat.

13 Puissances par polynôme annulateur



Soit $S = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Montrer que $S^2 = 3S - 2I$, puis trouver, par division euclidienne de x^n par $(x-1)(x-2)$, une expression de S^n .

14 Une suite par réduction



Soit (u_n) définie par $u_0 = 0$, $u_1 = 5$ et $u_{n+2} = u_{n+1} + 6u_n$. Écrire la matrice compagnon, la diagonaliser et en déduire u_n .

15 Spectre d'une fonction de matrice



Une matrice $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ a pour valeurs propres 1, 2 et 4. Calculer $\text{tr}(A)$, $\det(A)$, $\text{tr}(A^{-1})$ et $\det(A^2 + I)$. La matrice A est-elle diagonalisable ?

16 Deux populations en interaction



Dans un jeu en ligne, deux sortes de jetons évoluent chaque semaine selon $x_{n+1} = x_n + 2y_n$ et $y_{n+1} = 3x_n$, avec $x_0 = 5$ et $y_0 = 0$. Donner x_n et y_n en fonction de n , puis la limite de x_n/y_n .

17 Réduction et polynôme minimal



Soit $K_3 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Calculer χ_{K_3} , la dimension de $\ker(K_3 - 2I)$, puis le polynôme minimal. Conclure sur la diagonalisabilité.

18 Projecteur et diagonalisation

★★★★

Soit $P_0 = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$. Montrer que $P_0^2 = P_0$, en déduire que P_0 est diagonalisable, donner ses valeurs propres possibles, puis ses sous-espaces propres effectifs.

19 Valeurs propres complexes

★★★★

Soit $Z = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Montrer que Z n'a pas de valeur propre réelle, qu'elle est diagonalisable sur $\mathbb{C}$, puis calculer Z^4 sans diagonaliser.

20 Suite d'ordre trois

★★★★

Soit (u_n) définie par $u_0 = 0, u_1 = 1, u_2 = 5$ et $u_{n+3} = 6u_{n+2} - 11u_{n+1} + 6u_n$. Écrire la matrice compagnon Q agissant sur (u_n, u_{n+1}, u_{n+2}) , factoriser χ_Q , puis trouver u_n . Calculer enfin u_{10} .

21 Démonstration : vecteurs propres libres

★★★★

Soit f un endomorphisme et v_1, v_2 des vecteurs propres associés à $\lambda_1 \neq \lambda_2$. Démontrer que (v_1, v_2) est libre. Que peut-on en déduire pour un endomorphisme d'un espace de dimension 2 ayant deux valeurs propres distinctes ?

Le livre d'exercices corrigés de maths Licence L2

Tout le programme en un seul PDF de 128 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre



Entraîne-toi : défi express de Licence L2

[Changer de niveau](#)

Niveau : Licence L2

6 questions au hasard, correction tout de suite.



Lancer le défi



Zyro te conseille la suite



Exercices corrigés de maths

Réduction des endomorphismes :
exercices corrigés de maths Licence L2



Cours de maths

Réduction des endomorphismes : cours
de maths Licence L2



QCM de maths



Exercices corrigés de maths

Réduction des endomorphismes : QCM
de maths Licence L2

Espaces préhilbertiens et euclidiens :
exercices corrigés de maths Licence L2

✓ Exercices corrigés de maths

Suites et séries de fonctions : exercices
corrigés de maths Licence L2

■ Cours de maths

Espaces préhilbertiens et euclidiens :
cours de maths Licence L2

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage