

Réduction des endomorphismes : corrigé du contrôle de maths Licence L2 à télécharger en PDF



Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L2

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigé du contrôle avec le barème détaillé. Compte tes points et repère ce qu'il faut revoir.

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice autorisée seulement quand l'énoncé le précise.

1 Valeurs propres et vecteurs propres

/ 4 pts

a. $\text{tr}(Q) = 8$ et $\det(Q) = 7 + 8 = 15$, donc

$$\chi_Q(x) = x^2 - 8x + 15 = (x - 3)(x - 5) \text{ (2 pts).}$$

b. Pour 3 : $Q - 3I = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$, d'où $2x = y$ et $E_3 = \text{Vect}((1, 2))$ (1 pt). Pour 5 :

$$Q - 5I = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}, \text{ d'où } x = y \text{ et } E_5 = \text{Vect}((1, 1)) \text{ (1 pt).}$$

2 Diagonalisation et puissances

/ 5 pts

a. Deux valeurs propres distinctes pour une matrice d'ordre 2 : Q est diagonalisable.

Avec $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ et $D = \text{diag}(3, 5)$, on a $Q = PDP^{-1}$ (2 pts).

b. $\det P = 1 - 2 = -1$, donc $P^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ (1 pt).

c. $PD^n = \begin{pmatrix} 3^n & 5^n \\ 2 \cdot 3^n & 5^n \end{pmatrix}$, puis $Q^n = P D^n P^{-1} = \begin{pmatrix} -3^n + 2 \cdot 5^n & 3^n - 5^n \\ -2 \cdot 3^n + 2 \cdot 5^n & 2 \cdot 3^n - 5^n \end{pmatrix}$
(1 pt). Pour $n = 1$: $\begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = Q$ (1 pt).

3 Une matrice qui ne se diagonalise pas

/ 3 pts

En développant selon la deuxième ligne,

$$\chi_H(x) = (x - 2)((x - 2)(x - 5)) = (x - 2)^2(x - 5) \text{ (1 pt).}$$

$H - 2I = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ est de rang 2, donc $\dim E_2 = 1 < 2 = m_2$: H n'est pas diagonalisable (1 pt).

$(H - 2I)^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 9 \end{pmatrix}$ et $(H - 2I)^2(H - 5I) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, ce qui est la matrice nulle (1 pt).

4 Cayley-Hamilton et inverse

/ 3 pts

$\text{tr}(W) = 6$, $\det(W) = 5$, donc $\chi_W(x) = x^2 - 6x + 5$ (1 pt) et $W^2 - 6W + 5I = 0$ (1 pt). Alors $W(6I - W) = 5I$ et $W^{-1} = \frac{1}{5}(6I - W) = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ (1 pt).

5 Suite récurrente

/ 5 pts

- a. Avec $X_n = (u_n, u_{n+1})^T$, $X_{n+1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} X_n$, et $\chi(x) = x^2 - 5x + 4 = (x - 1)(x - 4)$ (2 pts).
- b. Deux valeurs propres distinctes **1** et **4** : la matrice est diagonalisable (1 pt).
- c. $u_n = \alpha + \beta 4^n$ avec $\alpha + \beta = 3$ et $\alpha + 4\beta = 6$, d'où $\beta = 1$, $\alpha = 2$ et $u_n = 2 + 4^n$ (1 pt). Alors $u_5 = 2 + 1024 = 1026$ (1 pt).

Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L2

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre



Entraîne-toi : défi express de Licence L2

Changer de niveau

Niveau : Licence L2

6 questions au hasard, correction tout de suite.



Lancer le défi



Zyro te conseille la suite

 Contrôles de maths

Réduction des endomorphismes :
contrôle de maths Licence L2

 Cours de maths

Réduction des endomorphismes : cours
de maths Licence L2

 QCM de maths

Réduction des endomorphismes : QCM
de maths Licence L2

 Contrôles de maths

Espaces préhilbertiens et euclidiens :
contrôle de maths Licence L2

 Contrôles de maths

Suites et séries de fonctions : contrôle de
maths Licence L2

 Cours de maths

Espaces préhilbertiens et euclidiens :
cours de maths Licence L2

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage