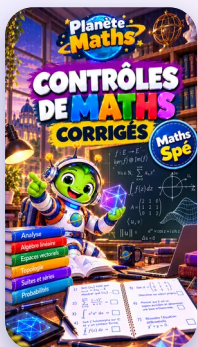


Réduction des endomorphismes : contrôle de maths Maths Spé à télécharger en PDF



Le livre de contrôles corrigés de maths Maths Spé

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice autorisée seulement quand l'énoncé le précise.

1 Diagonalisation d'une matrice de $\mathcal{M}_3$

/ 5 pts

Soit $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 2 \\ -2 & 3 & 2 \\ -3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$.

- Calculer $\text{tr}(A)$, $\det(A)$ et la somme des mineurs principaux d'ordre 2, puis en déduire χ_A (2 points).
- Déterminer les sous-espaces propres de A (2 points).
- Donner P inversible et D diagonale telles que $A = PDP^{-1}$ (1 point).

2 Une matrice non diagonalisable

/ 4 pts

Soit $B = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

- Calculer χ_B et déterminer E_3 (1 point).
- Justifier que B n'est pas diagonalisable (1 point).
- Trouver une base dans laquelle B est triangulaire supérieure, et donner cette matrice (1 point).
- Poser $N = B - 3I$, calculer N^2 et en déduire B^n (1 point).

3 Un endomorphisme tel que $A^3 = A$

/ 4 pts

Soit $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ vérifiant $A^3 = A$.

- Quelles sont les valeurs propres possibles de A ? (1 point)
- Montrer que A est diagonalisable (1 point).
- Exprimer A^{2k+1} et A^{2k} pour $k \geq 1$ (1 point).
- Pour $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, vérifier $A^3 = A$, calculer χ_A et $\dim E_1$ (1 point).

4 Questions de cours

/ 3 pts

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse, avec une justification courte (1 point chacune).

- Toute matrice de $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ est trigonalisable.
- Si $A \neq 0$ et $A^2 = 0$, alors A n'est pas diagonalisable.
- Deux matrices de même polynôme caractéristique sont semblables.

5 Lemme des noyaux

/ 4 pts

Soit $N = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ et $P = (X - 1)(X^2 + 4)$.

- Vérifier que $P(N) = 0$ (1 point).
- Montrer que $X - 1$ et $X^2 + 4$ sont premiers entre eux, avec une relation de Bézout (1 point).
- En déduire la décomposition de $\mathbb{R}^3$ en somme directe et identifier les deux sous-espaces (1 point).
- N est-elle diagonalisable dans $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$? (1 point)

Le livre de contrôles corrigés de maths Maths Spé

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

  **Zyro te conseille la suite**

 **Corrigés de contrôles de maths**

 **Cours de maths**

Réduction des endomorphismes : corrigé
du contrôle de maths Maths Spé

Réduction des endomorphismes : cours
de maths Maths Spé

 Exercices de maths

Réduction des endomorphismes :
exercices de maths Maths Spé

 Corrigés de contrôles de maths

Espaces euclidiens : corrigé du contrôle
de maths Maths Spé

 Corrigés de contrôles de maths

Séries numériques : corrigé du contrôle
de maths Maths Spé

 Cours de maths

Espaces euclidiens : cours de maths
Maths Spé

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage