

Racines carrées : cours de maths 3ème à télécharger en PDF



Le livre de cours de maths 3ème

Tout le programme en un seul PDF de 109 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

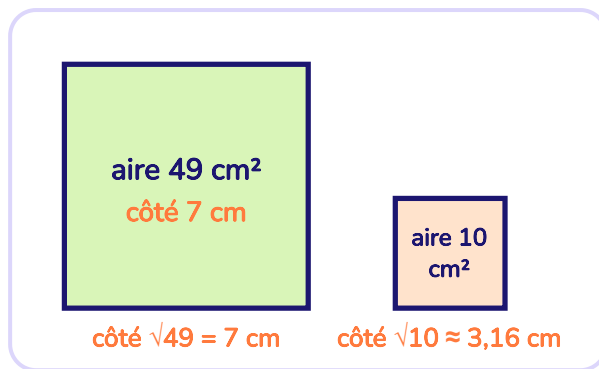
Quel est le côté d'un carré dont l'aire vaut 49 cm^2 ? Et celui d'un carré d'aire 10 cm^2 ? Pour répondre, il faut « défaire » un carré : c'est le rôle de la **racine carrée**. Dans ce chapitre, tu apprends à la calculer, à la simplifier, à calculer avec elle et à résoudre les équations du type $x^2 = a$, des savoir-faire très présents au brevet.

1. Définition de la racine carrée

D

Racine carrée

Soit a un nombre **positif ou nul**. La racine carrée de a , notée $\sqrt{a}$, est le **nombre positif** dont le carré est a .



Par exemple $\sqrt{49} = 7$ car $7^2 = 49$ et 7 est positif. Le côté d'un carré d'aire a est donc $\sqrt{a}$.

P Deux égalités à connaître

Pour tout nombre $a \geq 0$:

$$(\sqrt{a})^2 = a \quad \text{et} \quad \sqrt{a^2} = a.$$

E Exemple 1

$$(\sqrt{13})^2 = 13 ; \sqrt{9^2} = 9 ; \sqrt{0,04} = 0,2 \text{ car } 0,2^2 = 0,04.$$

⚠ Piège

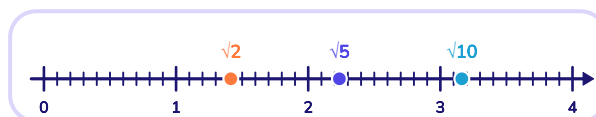
Un carré n'est jamais négatif : $\sqrt{-9}$ n'existe pas. Et $\sqrt{49} = 7$, pas ± 7 : une racine carrée est toujours positive.

2. Carrés parfaits

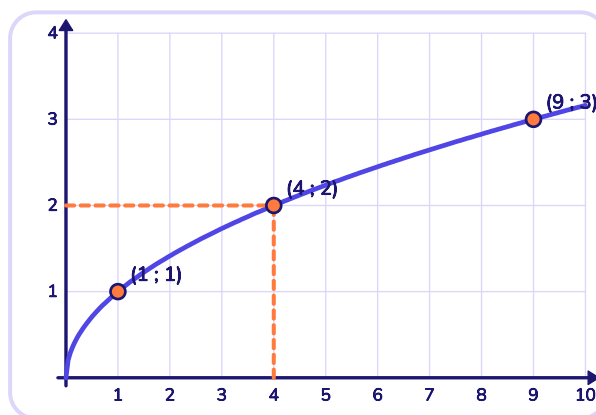
Un **carré parfait** est le carré d'un nombre entier. Pour ceux-là, la racine carrée est un entier. Apprends ce tableau par cœur.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
n^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169

Pour un nombre qui n'est pas un carré parfait, par exemple **10**, on **encadre** : comme $9 < 10 < 16$, on a $3 < \sqrt{10} < 4$. La calculatrice donne $\sqrt{10} \approx 3,16$. Garde la valeur exacte $\sqrt{10}$ pendant les calculs et n'arrondis qu'à la fin.



La racine carrée **respecte l'ordre** : si $0 \leq a < b$, alors $\sqrt{a} < \sqrt{b}$.



3. Racine carrée d'un produit

P Produit

Pour tous nombres $a \geq 0$ et $b \geq 0$:

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}.$$

E**Exemple 2**

$$\sqrt{2} \times \sqrt{50} = \sqrt{2 \times 50} = \sqrt{100} = 10.$$

Et dans l'autre sens : $\sqrt{36 \times 25} = \sqrt{36} \times \sqrt{25} = 6 \times 5 = 30.$

4. Racine carrée d'un quotient**P****Quotient**

Pour tous nombres $a \geq 0$ et $b > 0$:

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}.$$

E**Exemple 3**

$$\sqrt{\frac{81}{25}} = \frac{9}{5} \text{ et } \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{98}{2}} = \sqrt{49} = 7.$$

**Piège**

Ces règles valent pour le produit et le quotient, **pas pour la somme** :

$$\sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5, \text{ alors que } \sqrt{9} + \sqrt{16} = 7. \text{ Donc } \sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}.$$

5. Simplifier une racine : l'écriture $a\sqrt{b}$

Grâce à la règle du produit, on peut « sortir » un carré parfait de sous la racine.

M**Méthode**

1. Cherche le plus grand carré parfait (4, 9, 16, 25, 36...) qui divise le nombre.
2. Écris le nombre comme produit de ce carré parfait par un autre entier.
3. Sépare avec $\sqrt{k^2 \times m} = k\sqrt{m}$.

E**Exemple 4**

$$\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}.$$

$$\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2} \text{ et } \sqrt{200} = \sqrt{100 \times 2} = 10\sqrt{2}.$$

!**Astuce de Zyro**

Sur ma planète, on teste d'abord les carrés parfaits dans l'ordre : 4, 9, 16, 25... Le premier qui divise ton nombre te fait gagner du temps. Attention, il faut parfois recommencer : $\sqrt{32} = \sqrt{4 \times 8} = 2\sqrt{8}$, mais avec **16** on va directement à **$4\sqrt{2}$** !

On dit que $a\sqrt{b}$ est l'**écriture simplifiée** quand b n'a plus aucun facteur carré parfait.

6. Calculs avec des racines carrées

On **additionne ou soustrait** des racines seulement si elles ont le même nombre sous la racine, comme on réduit $3x + 5x = 8x$. On commence donc souvent par simplifier.

E Exemple 5

$$\sqrt{8} + \sqrt{18} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}.$$

Pour multiplier : $a\sqrt{b} \times c\sqrt{d} = ac\sqrt{bd}$, et $(a\sqrt{b})^2 = a^2b$. Les identités remarquables fonctionnent aussi avec les racines.

E Exemple 6

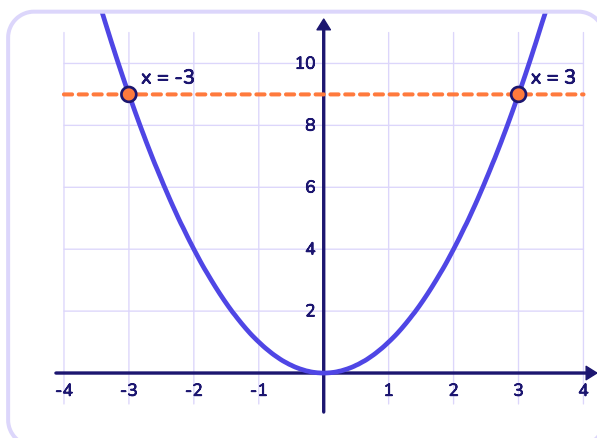
$$(2 + \sqrt{5})^2 = 4 + 4\sqrt{5} + 5 = 9 + 4\sqrt{5}.$$

$$(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) = 3 - 1 = 2.$$

7. Équation $x^2 = a$

P Solutions de $x^2 = a$

- Si $a > 0$: deux solutions, $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$.
- Si $a = 0$: une seule solution, 0.
- Si $a < 0$: aucune solution, car un carré n'est jamais négatif.



E**Exemple 7**

$x^2 = 36$: les solutions sont **6** et **-6**. $x^2 = 7$: les solutions sont $\sqrt{7}$ et $-\sqrt{7}$.

$x^2 = -5$: pas de solution.

Pour $2x^2 = 50$, on divise par **2** : $x^2 = 25$, donc $x = 5$ ou $x = -5$.

M**Méthode pour résoudre $x^2 = a$ ou $kx^2 + c = d$**

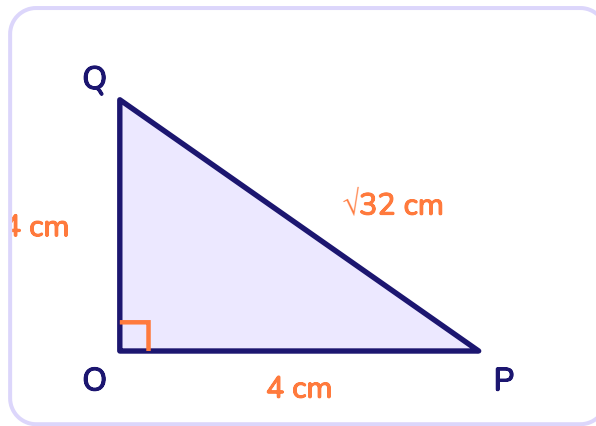
1. Isole x^2 : retire c des deux côtés, puis divise par k .
2. Regarde le signe du nombre obtenu : négatif, nul ou strictement positif.
3. S'il est strictement positif, écris les deux solutions $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$, en simplifiant si possible.
4. Conclut par une phrase : « les solutions sont... » ou « l'équation n'a pas de solution ».

E**Exemple 8**

Résous $4x^2 - 20 = 52$. On ajoute **20** : $4x^2 = 72$. On divise par **4** : $x^2 = 18$. Comme $18 > 0$, les solutions sont $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ et $-3\sqrt{2}$.

8. Racines carrées et géométrie

Les racines carrées apparaissent dès qu'on cherche une longueur à partir d'une aire, ou grâce au théorème de Pythagore : l'hypoténuse d'un triangle rectangle est la racine carrée de la somme des carrés des deux autres côtés. Souvent, la valeur exacte est de la forme $a\sqrt{b}$, et c'est elle que le brevet attend avant toute valeur approchée.



E Exemple 9

Un triangle OPQ est rectangle en O avec $OP = OQ = 4$ cm. Alors

$PQ^2 = 4^2 + 4^2 = 32$, donc $PQ = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$ cm, soit environ 5,66 cm.

On retrouve le résultat classique : la diagonale d'un carré de côté c mesure $c\sqrt{2}$.

⚠ Piège

Ne remplace jamais une valeur exacte par un arrondi au milieu d'un calcul. Si tu écris $\sqrt{2} \approx 1,4$ trop tôt, ton résultat final peut être faux au dixième près. Garde $\sqrt{2}$, simplifie, et arrondis seulement la réponse finale.

Pour vérifier un résultat, tu peux toujours élever au carré : si tu trouves $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$, contrôle que $(5\sqrt{2})^2 = 25 \times 2 = 50$. Cette vérification prend dix secondes et évite bien des erreurs.

À retenir

- $\sqrt{a}$ est le nombre **positif** dont le carré vaut a (avec $a \geq 0$) : $(\sqrt{a})^2 = a$.
- Connais les **carrés parfaits** jusqu'à $15^2 = 225$.
- $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ et $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, mais $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$.
- Pour simplifier, sors le plus grand carré parfait : $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$.
- On additionne des racines seulement si le nombre sous la racine est le même.
- $x^2 = a$: deux solutions $\pm\sqrt{a}$ si $a > 0$, une si $a = 0$, aucune si $a < 0$.

Le livre de cours de maths 3ème

Tout le programme en un seul PDF de 109 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

Zyro te conseille la suite

Exercices de maths

Racines carrées : exercices de maths
3ème

Contrôles de maths

Racines carrées : contrôle de maths
3ème

 QCM de maths

Racines carrées : QCM de maths 3ème

 Exercices de maths

Puissances et notation scientifique :
exercices de maths 3ème

 Exercices de maths

Calcul littéral et factorisation : exercices
de maths 3ème

 Contrôles de maths

Puissances et notation scientifique :
contrôle de maths 3ème

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage