PLANÈTE MATHS · PLANETE-MATHS.EU

# Théorème de Pythagore : cours de maths 4ème à télécharger en PDF




**Le livre de cours de maths 4ème**

Tout le programme en un seul PDF de 107 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

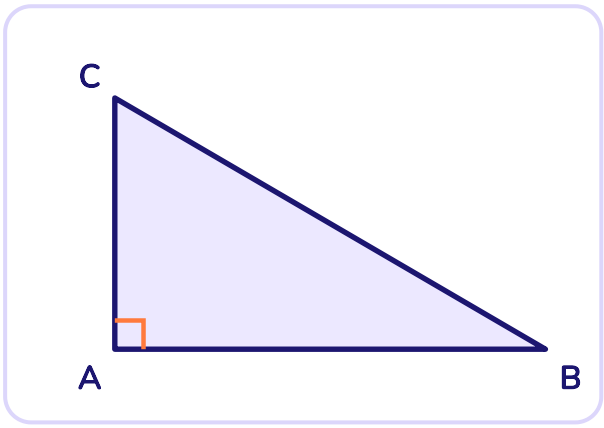
Une échelle posée contre un mur, un écran de télévision, un terrain de foot : partout, des triangles rectangles se cachent, et leurs côtés obéissent à une règle étonnante découverte il y a plus de deux mille ans. Dans ce chapitre, tu vas apprendre à la manier pour **calculer des longueurs** sans rien mesurer, puis à l'utiliser dans l'autre sens pour **démasquer** les triangles rectangles.

**L'essentiel :** Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés. Si les côtés de l'angle droit mesurent $6$ cm et $8$ cm, l'hypoténuse $h$ vérifie $h^2 = 36 + 64 = 100$, donc $h = 10$ cm. Réciproquement, si $BC^2 = AB^2 + AC^2$, le triangle $ABC$ est rectangle en $A$.

## 1. Le triangle rectangle et son vocabulaire

**D** **Triangle rectangle**

Un triangle rectangle est un triangle qui possède un angle droit. Le côté situé en face de l'angle droit s'appelle l'**hypoténuse** : c'est toujours le **plus long côté** du triangle.




Dans le triangle $ABC$ rectangle en $A$ ci-dessus :

- l'angle droit est en $A$, on le repère par un petit carré ;
- l'hypoténuse est $[BC]$, face à l'angle droit ;
- les deux autres côtés, $[AB]$ et $[AC]$, sont les **côtés de l'angle droit**.

**!** **Astuce de Zyro**

Pour trouver l'hypoténuse, mets ton doigt sur l'angle droit et regarde le côté qui est « de l'autre côté » du triangle : c'est lui, et il ne touche pas l'angle droit !

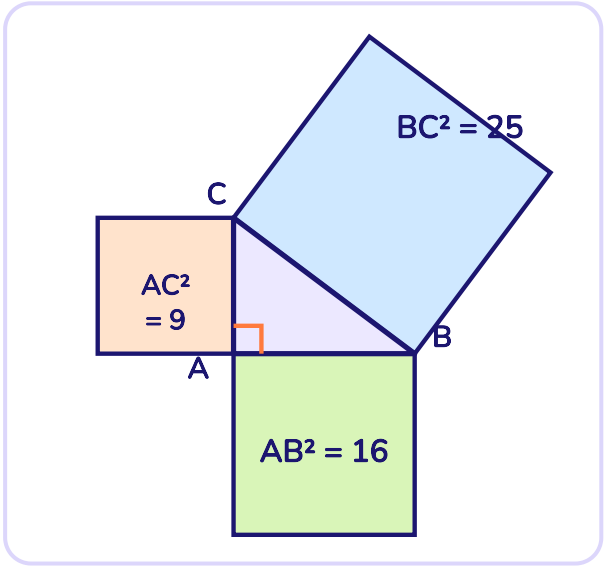
## 2. Le théorème de Pythagore

### Théorème de Pythagore

Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Pour $ABC$ rectangle en $A$ :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$




Sur la figure, on a construit un carré sur chaque côté d'un triangle rectangle de côtés $3$, $4$ et $5$. L'aire du grand carré ($25$) est exactement égale à la somme des aires des deux autres ($9 + 16$). C'est ce que dit le théorème : **l'aire du carré de l'hypoténuse est la somme des aires des deux autres carrés**.

⚠ **Piège**

L'hypoténuse se trouve **toute seule** d'un côté du signe égal, et les deux autres côtés sont additionnés de l'autre côté. Écrire $AB^2 = BC^2 + AC^2$ quand l'angle droit est en $A$ est une erreur classique.

## 3. Calculer la longueur de l'hypoténuse

M **Méthode**

1. Repère l'angle droit et nomme l'hypoténuse.
2. Écris l'égalité de Pythagore.
3. Remplace par les valeurs connues et calcule le carré cherché.
4. Termine avec la racine carrée, puis écris une phrase de conclusion avec l'unité.

E **Exemple**

Le triangle $RST$ est rectangle en $S$, avec $RS = 9$ cm et $ST = 12$ cm. Calcule $RT$.

Le triangle $RST$ est rectangle en $S$, donc, d'après le théorème de Pythagore :

$RT^2 = RS^2 + ST^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$.

Comme $RT$ est une longueur positive, $RT = \sqrt{225} = 15$ cm.

## 4. Calculer la longueur d'un côté de l'angle droit

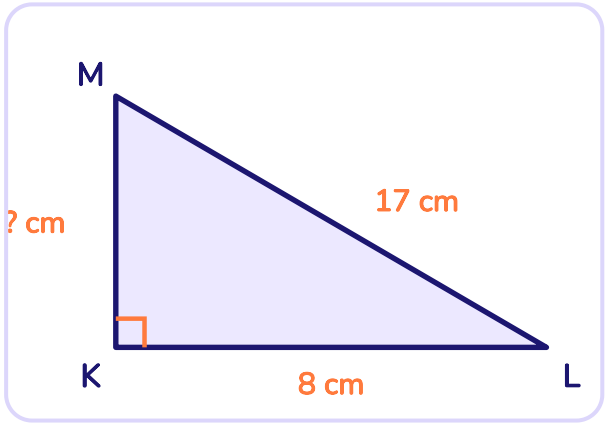
Quand on connaît l'hypoténuse et un autre côté, on **soustrait** au lieu d'additionner : on isole le carré inconnu.

**Exemple**

Le triangle $KLM$ est rectangle en $K$, avec $LM = 17$ cm et $KL = 8$ cm. Calcule $KM$.

$KLM$ est rectangle en $K$, donc $LM^2 = KL^2 + KM^2$, soit $17^2 = 8^2 + KM^2$.

$KM^2 = 17^2 - 8^2 = 289 - 64 = 225$, donc $KM = \sqrt{225} = 15$ cm.




## 5. Les carrés et les racines carrées

Le théorème de Pythagore te demande de manier deux opérations inverses l'une de l'autre : **élever au carré** et **prendre la racine carrée**.

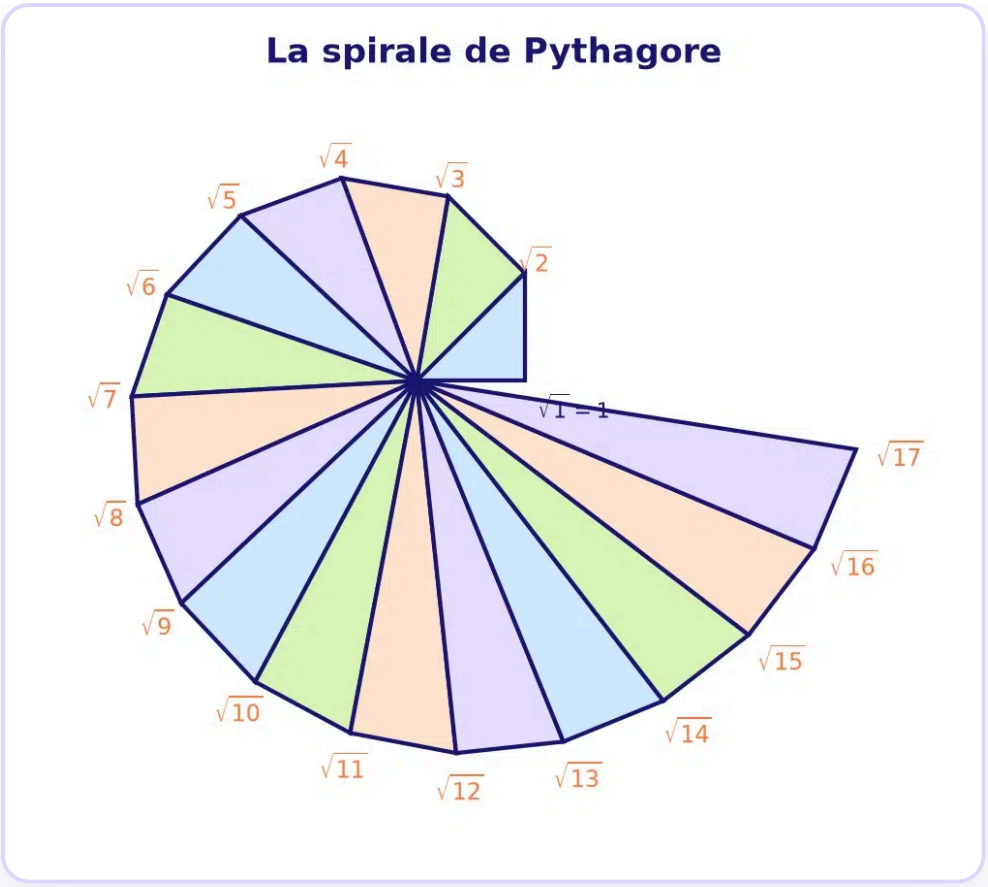
## D Racine carrée

La racine carrée d'un nombre positif $a$, notée $\sqrt{a}$, est le nombre positif dont le carré est $a$. Par exemple, $\sqrt{49} = 7$ car $7^2 = 49$.

| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n^2$ | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 | 100 | 121 | 144 | 169 |

Quand le carré n'est pas « parfait », comme $65$, la racine carrée n'est pas un nombre simple. On donne alors une **valeur approchée** avec la calculatrice : $\sqrt{65} \approx 8{,}06$ (au centième près). Garde la valeur exacte $\sqrt{65}$ tant que tu calcules, et n'arrondis qu'à la fin.

Pour voir apparaître des racines carrées, regarde la **spirale de Pythagore** : on part d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent $1$, puis on colle un nouveau triangle rectangle sur chaque hypoténuse. Chaque hypoténuse vaut alors $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{5}$… car à chaque étape on ajoute $1^2$ au carré précédent.




Théorème de Pythagore 4ème : la spirale de Pythagore, des triangles rectangles collés dont les hypoténuses mesurent racine de 2, racine de 3, racine de 4, et ainsi de suite

## 6. La réciproque : démontrer qu'un triangle est rectangle

P **Réciproque du théorème de Pythagore**

Si, dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle, et son angle droit est opposé au plus grand côté.

**Exemple**

Le triangle $DEF$ a pour côtés $DE = 6$ cm, $DF = 8$ cm et $EF = 10$ cm. Est-il rectangle ?

Le plus grand côté est $[EF]$. D'une part, $EF^2 = 10^2 = 100$. D'autre part, $DE^2 + DF^2 = 36 + 64 = 100$.

On a $EF^2 = DE^2 + DF^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle $DEF$ est rectangle en $D$.

## 7. Prouver qu'un triangle n'est pas rectangle

Si l'égalité de Pythagore n'est **pas** vérifiée, on en déduit que le triangle n'est pas rectangle : c'est la contraposée du théorème.

**Exemple**

Un triangle a pour côtés $5$ cm, $7$ cm et $9$ cm. Est-il rectangle ?

Le plus grand côté mesure $9$ cm : $9^2 = 81$. Et $5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74$.

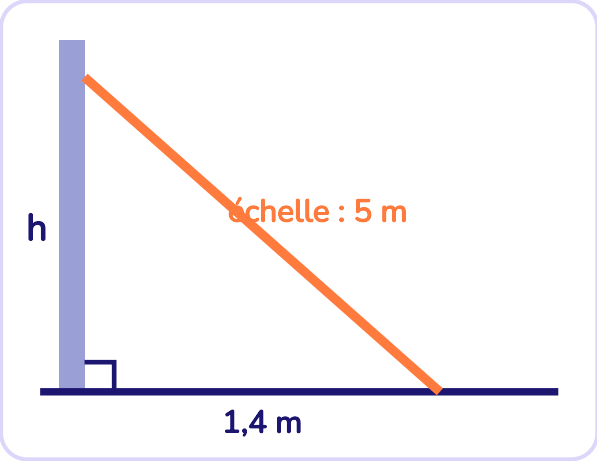
Comme $81 \neq 74$, l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée : le triangle n'est **pas** rectangle.

**Piège**

Pour tester un triangle, compare toujours le carré du **plus grand** côté avec la somme des deux autres carrés. Si tu prends un autre côté, le test est faux.

## 8. Pythagore au quotidien

Le théorème sert dès qu'un triangle rectangle est caché dans une situation concrète : il suffit de le repérer.

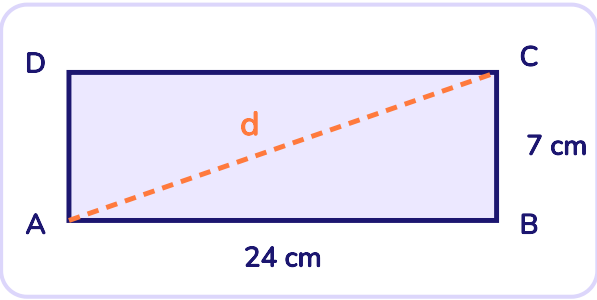



**E** **L'échelle**

Une échelle de $5$ m est appuyée contre un mur, son pied est à $1{,}4$ m du mur. À quelle hauteur touche-t-elle le mur ?

Le mur est vertical et le sol horizontal : le triangle formé est rectangle. L'échelle est l'hypoténuse, donc $5^2 = 1{,}4^2 + h^2$.

$h^2 = 25 - 1{,}96 = 23{,}04$, donc $h = \sqrt{23{,}04} = 4{,}8$ m.



**E** **La diagonale d'un rectangle**

Dans un rectangle, la diagonale coupe l'angle droit en deux triangles rectangles. Pour un rectangle de $24$ cm sur $7$ cm : $d^2 = 24^2 + 7^2 = 576 + 49 = 625$, donc $d = 25$ cm.

Autres situations classiques : la distance entre deux points dans un repère orthonormé, la hauteur d'un triangle isocèle, la diagonale d'un pavé droit (en deux étapes).

## À retenir

- L'**hypoténuse** est le côté opposé à l'angle droit, et c'est le plus long côté.
- **Pythagore** : si ABC est rectangle en A, alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$.
- Pour l'hypoténuse, on **additionne** les carrés ; pour un côté de l'angle droit, on **soustrait**.
- Finis par une **racine carrée** et une phrase avec l'unité ; n'arrondis qu'à la fin.
- **Réciproque** : si $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors le triangle est rectangle en A.
- Si l'égalité est fausse, le triangle **n'est pas rectangle**.




**Le livre de cours de maths 4ème**

Tout le programme en un seul PDF de 107 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

## Entraîne-toi : défi express de 4ème

Changer de niveau

Niveau : **4ème**

6 questions au hasard, correction tout de suite.

🚀 Lancer le défi

## ⚡ Automatismes 4ème : combien de réponses en 60 secondes ?

60 secondes : réponds à un maximum de questions, sans réfléchir trop longtemps.

⚡ C'est parti !

## 🚀 Zyro te conseille la suite




✏️ **Exercices de maths**

Théorème de Pythagore : exercices de maths 4ème à télécharger en PDF




📝 **Contrôles de maths**

Théorème de Pythagore : contrôle de maths 4ème à télécharger en PDF




🎯 **QCM de maths**

Théorème de Pythagore : QCM de maths 4ème




✏️ **Exercices de maths**

Symétrie centrale et parallélogrammes : exercices de maths 4ème à télécharger en PDF




✏️ **Exercices de maths**

Théorème de Thalès : exercices de maths 4ème à télécharger en PDF




📝 **Contrôles de maths**

Symétrie centrale et parallélogrammes : contrôle de maths 4ème à télécharger en PDF


## Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage