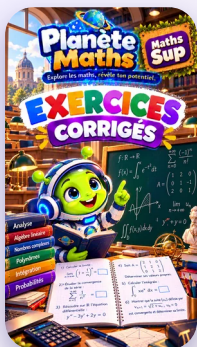


Dénombrement et probabilités : exercices corrigés de maths Maths Sup à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Maths Sup

Tout le programme en un seul PDF de 134 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigés rédigés des exercices du chapitre. Vérifie chaque étape, puis corrige-toi.

1 Union de deux groupes



Par inclusion-exclusion, $|A \cup B| = 48 + 35 - 12 = 71$. Ils sont donc 71 à pratiquer au moins un des deux sports.

Basket seul : $48 - 12 = 36$; volley seul : $35 - 12 = 23$; un seul sport : $36 + 23 = 59$.

Vérification : $59 + 12 = 71$.

2 Menus du restaurant



Trois choix successifs indépendants : $4 \times 5 \times 3 = 60$ menus.

Si renoncer au dessert est possible, le dessert offre $3 + 1 = 4$ options : $4 \times 5 \times 4 = 80$ menus.

3 Codes de casier



- a) $10^4 = 10\,000$ (4-listes).
- b) $A_{10}^4 = 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5\,040$.
- c) Le premier chiffre est imposé, puis 9, 8 et 7 options : $9 \times 8 \times 7 = 504$.
- d) Chiffres pairs : 0, 2, 4, 6, 8, soit $5^4 = 625$ codes.

4 Le podium



L'ordre compte et les médaillés sont distincts : $A_8^3 = 8 \times 7 \times 6 = 336$ podiums.

Sans ordre : $\binom{8}{3} = \frac{336}{3!} = 56$ groupes de médaillés.

5 Calculs de coefficients



$$\binom{9}{2} = \frac{9 \times 8}{2} = 36; \quad \binom{10}{0} = 1; \text{ par symétrie } \binom{8}{6} = \binom{8}{2} = 28;$$

$$\binom{15}{13} = \binom{15}{2} = 105.$$

$$\text{Pascal : } \binom{6}{3} + \binom{6}{4} = 20 + 15 = 35 = \binom{7}{4} \text{ (car } \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{24} = 35).$$

6 Un dé équilibré



Équiprobabilité sur $\{1, \dots, 6\}$: $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$; $B = \{5, 6\}$ donc $P(B) = \frac{1}{3}$;

$C = \{3, 6\}$ donc $P(C) = \frac{1}{3}$.

$A \cap C = \{6\}$, donc $P(A \cup C) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$. On retrouve $A \cup C = \{2, 3, 4, 6\}$: 4 cas sur 6.

7 La roue de la fête



Les probabilités sont bien de somme $\frac{4}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = 1$.

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{3}{8} + 10 \times \frac{1}{8} = \frac{6}{8} + \frac{10}{8} = 2.$$

Le gain moyen est de 2 € : avec une mise de 2 €, l'espérance du gain net est nulle, le jeu est équitable.

8 Anagrammes de RADAR



Il y a 5 lettres dont R deux fois et A deux fois : $\frac{5!}{2!2!} = \frac{120}{4} = 30$.

Autre méthode : choisir les 2 places des R parmi 5 ($\binom{5}{2} = 10$), puis les 2 places des A parmi les 3 restantes ($\binom{3}{2} = 3$), la lettre D occupant la dernière : $10 \times 3 = 30$.

9 Un comité mixte



a) $\binom{15}{4} = 1\,365$.

b) 2 femmes parmi 6 et 2 hommes parmi 9 : $\binom{6}{2} \binom{9}{2} = 15 \times 36 = 540$.

c) Complémentaire « aucune femme » : $\binom{9}{4} = 126$. D'où $1\,365 - 126 = 1\,239$ comités.

10 Tirage sans remise



Probabilités composées : $P(RR) = \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{5}{14}$; $P(BB) = \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{3}{28}$.

Ces deux cas sont incompatibles : $P(\text{même couleur}) = \frac{5}{14} + \frac{3}{28} = \frac{10+3}{28} = \frac{13}{28}$.

11 Pièces défectueuses



$\{A, B\}$ est un système complet. Probabilités totales :

$$P(D) = 0,6 \times 0,02 + 0,4 \times 0,05 = 0,012 + 0,02 = 0,032.$$

$$\text{Bayes : } P_D(A) = \frac{0,012}{0,032} = \frac{3}{8} = 0,375.$$

12 Dés indépendants ou non ?



$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$, $P(B) = \frac{1}{6}$, $A \cap B = \{(3, 4)\}$ donc $P(A \cap B) = \frac{1}{36} = P(A)P(B)$: indépendants.

$$P(C) = \frac{5}{36} ; B \cap C = \{(3, 5)\}, P(B \cap C) = \frac{1}{36} = \frac{6}{216}, \text{ alors que } P(B)P(C) = \frac{5}{216}.$$

Ces valeurs diffèrent : B et C ne sont pas indépendants.

13 Pile ou face, trois fois



$$P(X = k) = \binom{3}{k}/8 : \frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{3}{8}, \frac{1}{8} \text{ pour } k = 0, 1, 2, 3.$$

$$E(X) = \frac{3+6+3}{8} = \frac{3}{2}. E(X^2) = \frac{3+12+9}{8} = 3. \text{ Koenig-Huygens : } V(X) = 3 - \frac{9}{4} = \frac{3}{4}.$$

14 Une identité sur les binomiaux



a)

$$k \binom{n}{k} = k \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} = n \frac{(n-1)!}{(k-1)!((n-1)-(k-1))!} = n \binom{n-1}{k-1}.$$

b) Le terme $k = 0$ est nul. Donc $\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k} = n \sum_{k=1}^n \binom{n-1}{k-1} = n \sum_{j=0}^{n-1} \binom{n-1}{j} = n 2^{n-1}.$

c) $n = 5 : 0 + 5 + 20 + 30 + 20 + 5 = 80 = 5 \times 16.$

15 Parties de cardinal pair

★★★★

Binôme : $2^n = \sum_k \binom{n}{k}$ et $0 = (1 - 1)^n = \sum_k (-1)^k \binom{n}{k}$. Notons P la somme des $\binom{n}{k}$ pour k pair et I pour k impair : $P + I = 2^n$ et $P - I = 0$.

Donc $P = I = 2^{n-1}$. Pour $n = 8$: $2^7 = 128$ parties de cardinal pair (vérification : $1 + 28 + 70 + 28 + 1 = 128$).

16 Permutations sans point fixe

★★★★

Notons F_i « la lettre i est bien placée ». Le nombre de permutations fixant au moins une lettre est, par inclusion-exclusion,

$$\binom{4}{1} 3! - \binom{4}{2} 2! + \binom{4}{3} 1! - \binom{4}{4} 0! = 24 - 12 + 4 - 1 = 15.$$

Aucun point fixe : $4! - 15 = 9$ permutations. Probabilité : $\frac{9}{24} = \frac{3}{8}$.

17 Chemins sur une grille

★★★★

a) Un chemin est une suite de 9 pas dont on choisit les 4 pas « vers le haut » : $\binom{9}{4} = 126$.

b) De D à P : $\binom{4}{2} = 6$ chemins ; de P à F (3 pas à droite, 2 vers le haut) : $\binom{5}{2} = 10$. Total $6 \times 10 = 60$.

c) $126 - 60 = 66$.

d) $\frac{60}{126} = \frac{10}{21}$.

18 Trois usines

★★★★

Probabilités totales :

$$P(D) = 0,5 \times 0,01 + 0,3 \times 0,02 + 0,2 \times 0,05 = 0,005 + 0,006 + 0,010 = 0,021.$$

$$\text{Bayes : } P_D(U_1) = \frac{0,005}{0,021} = \frac{5}{21}, P_D(U_2) = \frac{0,006}{0,021} = \frac{2}{7}, P_D(U_3) = \frac{0,010}{0,021} = \frac{10}{21} \approx 0,476.$$

Somme : $\frac{5}{21} + \frac{6}{21} + \frac{10}{21} = 1$. L'usine 3, pourtant la plus petite, est la plus probable cause.

19 Premier pile, au plus quatre lancers

★★★★

$P(X = 1) = \frac{1}{2}$, $P(X = 2) = \frac{1}{4}$, $P(X = 3) = \frac{1}{8}$, et $P(X = 4) = \frac{1}{8}$ (trois faces d'affilée, quel que soit le dernier lancer). Somme : 1.

$$E(X) = \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \frac{4}{8} = \frac{15}{8}.$$

$$E(X^2) = \frac{1}{2} + 1 + \frac{9}{8} + 2 = \frac{37}{8}, \text{ donc } V(X) = \frac{37}{8} - \frac{225}{64} = \frac{296-225}{64} = \frac{71}{64}.$$

20 QCM au hasard

★★★★

Dix épreuves indépendantes, succès de probabilité $\frac{1}{4}$: $X \sim \mathcal{B}(10, \frac{1}{4})$. $E(X) = 2,5$;

$$V(X) = 10 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{8}.$$

$$P(X = 3) = \binom{10}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^7 = \frac{120 \times 2\,187}{4^{10}} = \frac{32\,805}{131\,072} \approx 0,250.$$

$$P(X \geq 1) = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{10} = 1 - \frac{59\,049}{1\,048\,576} \approx 0,944.$$

21 Jours de la semaine

★★★★

L'univers compte $7^5 = 16\,807$ 5-listes équiprobables. Le complémentaire « jours tous distincts » compte $A_7^5 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 2\,520$ listes.

$$P = 1 - \frac{2\,520}{16\,807} = \frac{14\,287}{16\,807} \approx 0,850.$$

22 Indépendance et complémentaire

★★★★

a)

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(A)P(B) = (1 - P(A))(1 - P(B))$$

.

b) $P(A \cap B) = 0,15$, donc $P(A \cup B) = 0,3 + 0,5 - 0,15 = 0,65$.

$$P(A \cap \overline{B}) = 0,3 \times 0,5 = 0,15. P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0,7 \times 0,5 = 0,35 = 1 - 0,65.$$

Le livre d'exercices corrigés de maths Maths Sup

Tout le programme en un seul PDF de 134 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Zyro te conseille la suite

Exercices de maths

Dénombrement et probabilités :
exercices de maths Maths Sup

QCM de maths

Dénombrement et probabilités : QCM de
maths Maths Sup

Contrôles de maths

Dénombrement et probabilités : contrôle
de maths Maths Sup

Exercices de maths

Logique et raisonnement : exercices de
maths Maths Sup

 Exercices de maths

Nombres complexes et trigonométrie :
exercices de maths Maths Sup

 QCM de maths

Logique et raisonnement : QCM de
maths Maths Sup

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage