

Probabilités et variables aléatoires discrètes : exercices de maths Maths Spé à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Maths Spé

Tout le programme en un seul PDF de 133 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

21 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

1 Une loi à normaliser

★ ★ ★

Une variable X prend les valeurs **1, 2, 3, 4, 5** avec $\mathbb{P}(X = k) = ck$. Déterminer c , puis calculer $\mathbb{P}(X \geq 4)$ et $\mathbb{E}(X)$.

2 Lancers francs

★ ★ ★

Une basketteuse réussit un lancer franc avec la probabilité **0,7**, les tirs étant indépendants. Elle tire 5 fois. Soit X le nombre de paniers. Quelle est la loi de X ? Calculer $\mathbb{P}(X = 4)$ et la probabilité de réussir au moins un panier.

3 Atterrissage d'un drone



Un drone de livraison réussit son atterrissage avec la probabilité $\frac{1}{4}$ à chaque tentative, indépendamment des autres. Soit X le rang de la première tentative réussie. Calculer $\mathbb{P}(X = 3)$, $\mathbb{P}(X > 5)$ et $\mathbb{E}(X)$.

4 Messages reçus



Le nombre de messages reçus par une borne en une minute suit une loi de Poisson de paramètre 2. Calculer la probabilité de ne recevoir aucun message, d'en recevoir exactement 2, et d'en recevoir au moins un (valeurs approchées à 10^{-3} près).

5 Dé à douze faces



On lance un dé équilibré à 12 faces numérotées de 1 à 12 ; on gagne autant d'euros que le numéro obtenu. Calculer l'espérance et la variance du gain X .

6 Vrai ou faux ?



Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse, en justifiant.

- $\mathbb{P}(A \cup B) \leq \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B)$ pour tous événements A, B .
- Toute variable à valeurs dans $\mathbb{N}$ admet une espérance.
- Si X et Y sont indépendantes et ont une variance, alors $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$.
- Si $\text{Cov}(X, Y) = 0$, alors X et Y sont indépendantes.

7 Une loi en puissances de 3



Soit X à valeurs dans $\mathbb{N}$ avec $\mathbb{P}(X = n) = \frac{a}{3^n}$. Déterminer a , puis $\mathbb{P}(X \geq 2)$ et $\mathbb{E}(X)$. On rappelle $\sum_{n \geq 0} nx^n = \frac{x}{(1-x)^2}$ pour $|x| < 1$.

8 Au moins un six



On lance un dé équilibré indéfiniment. Soit A_n : « au moins un 6 apparaît lors des n premiers lancers ». (a) Calculer $\mathbb{P}(A_n)$ et $\mathbb{P}(\bigcup A_n)$. (b) Déterminer le plus petit n tel que $\mathbb{P}(A_n) \geq 0,99$.

9 Fonction de répartition et transfert



La variable X vérifie $\mathbb{P}(X = 1) = 0,2$, $\mathbb{P}(X = 2) = 0,5$, $\mathbb{P}(X = 3) = 0,3$. (a) Donner sa fonction de répartition. (b) Calculer $\mathbb{P}(1$

10 Pucés défectueuses



Dans un lot de 20 pucés électroniques, chacune est défectueuse avec la probabilité **0,05**, indépendamment des autres. Soit X le nombre de pucés défectueuses. Calculer $\mathbb{E}(X)$, $V(X)$, $\mathbb{P}(X = 0)$ et $\mathbb{P}(X \geq 2)$ (arrondis à 10^{-3}).

11 Poisson contre binomiale



Un livre de 400 pages contient une coquille par page avec la probabilité **0,005**, de façon indépendante. Soit X le nombre de pages avec coquille. Comparer $\mathbb{P}(X = 3)$ exacte et son approximation par une loi de Poisson de paramètre $\lambda = np$.

12 Décoder une fonction génératrice

★★★

Une variable X a pour fonction génératrice $G(t) = \frac{(2+t)^3}{27}$. Reconnaître sa loi, puis calculer $\mathbb{P}(X = 2)$, $\mathbb{E}(X)$ et $V(X)$ avec G .

13 Fréquentation d'un site

★★★

Le nombre quotidien X de visiteurs d'un site a une moyenne de 40 et une variance de 100.
(a) Majorer $\mathbb{P}(X \geq 200)$. (b) Majorer $\mathbb{P}(|X - 40| \geq 30)$. (c) En déduire un minorant de $\mathbb{P}(X \leq 10)$

14 Loi conjointe

★★★

La loi conjointe de (X, Y) est donnée ci-dessous.

	$Y = 0$	$Y = 1$	$Y = 2$
$X = 0$	0,10	0,20	0,10
$X = 1$	0,15	0,30	0,15

Déterminer les lois marginales, dire si X et Y sont indépendantes, puis calculer $\mathbb{E}(XY)$.

15 Somme de deux lois de Poisson

★★★★

Soient $X \sim \mathcal{P}(2)$ et $Y \sim \mathcal{P}(3)$ indépendantes. (a) Montrer par convolution que $\mathbb{P}(X + Y = n) = e^{-5} \frac{5^n}{n!}$. (b) Calculer $\mathbb{P}(X + Y = 4)$. (c) Calculer $\mathbb{P}(X = 1 \mid X + Y = 4)$.

16 Le plus rapide des deux

★★★★

Deux machines tombent en panne indépendamment. Le jour de la première panne de la machine A suit $\mathcal{G}(\frac{1}{3})$, celui de la machine B suit $\mathcal{G}(\frac{1}{4})$. Soit $T = \min(X, Y)$. (a) Calculer $\mathbb{P}(T > n)$ et identifier la loi de T , puis $\mathbb{E}(T)$. (b) Calculer $\mathbb{P}(X = Y)$.

17 Maximum et minimum de deux dés

★★★★

On lance deux fois un dé équilibré à 4 faces ; M et m sont le plus grand et le plus petit résultat. (a) Déterminer la loi de M et calculer $\mathbb{E}(M)$. (b) En remarquant que $M + m = X_1 + X_2$, calculer $\mathbb{E}(m)$. (c) Calculer $\text{Cov}(M, m)$ en utilisant $Mm = X_1X_2$.

18 Retrouver une loi par sa fonction génératrice

★★★★

La variable X a pour fonction génératrice $G(t) = \frac{t}{2-t}$. (a) Identifier sa loi, son espérance et sa variance. (b) Soit $S = X_1 + X_2 + X_3$ avec X_i indépendantes de même loi que X . Montrer que $\mathbb{P}(S = n) = \binom{n-1}{2} \frac{1}{2^n}$ pour $n \geq 3$ et calculer $\mathbb{P}(S = 5)$, $\mathbb{E}(S)$, $V(S)$.

19 Une population qui s'éclaircit

★★★★

Le nombre N d'insectes arrivant sur une feuille suit $\mathcal{P}(4)$. Chaque insecte survit avec la probabilité $\frac{1}{2}$, indépendamment des autres. Soit Y le nombre de survivants. (a) Montrer que $\mathbb{P}(Y = k) = \sum_{n \geq k} \mathbb{P}(N = n) \binom{n}{k} 2^{-n}$. (b) En déduire que $Y \sim \mathcal{P}(2)$. (c) Calculer $\mathbb{P}(Y = 0)$.

20 Combien de lancers suffisent ?

★★★★

On lance n fois une pièce équilibrée et on note M_n la fréquence de pile. Grâce à l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, déterminer un entier n pour lequel $\mathbb{P}(|M_n - \frac{1}{2}| \geq 0,05) \leq 0,05$.

21 Un jeu sans espérance



Un jeu rapporte $X = 2^k$ euros avec la probabilité 2^{-k} pour $k \geq 1$. (a) Vérifier que c'est une loi et que X n'a pas d'espérance. (b) Le casino plafonne le gain à 2^{10} euros : soit $Y = \min(X, 2^{10})$. Calculer $\mathbb{E}(Y)$.

Le livre d'exercices corrigés de maths Maths Spé

Tout le programme en un seul PDF de 133 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

Zyro te conseille la suite

Exercices corrigés de maths

Probabilités et variables aléatoires discrètes : exercices corrigés de maths Maths Spé

Cours de maths

Probabilités et variables aléatoires discrètes : cours de maths Maths Spé

 QCM de maths

Probabilités et variables aléatoires
discrètes : QCM de maths Maths Spé

 Exercices corrigés de maths

Algèbre générale et dualité : exercices
corrigés de maths Maths Spé

 Exercices corrigés de maths

Courbes, surfaces et géométrie
euclidienne : exercices corrigés de maths
Maths Spé

 Cours de maths

Algèbre générale et dualité : cours de
maths Maths Spé

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage