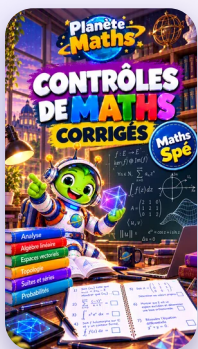


Probabilités et variables aléatoires discrètes : corrigé du contrôle de maths Maths Spé à télécharger en PDF



Le livre de contrôles corrigés de maths Maths Spé

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigé du contrôle avec le barème détaillé. Compte tes points et repère ce qu'il faut revoir.

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice autorisée seulement quand l'énoncé le précise.

1 Cours et inégalités

/ 3 pts

(a) Si $X \geq 0$ admet une espérance, pour tout $a > 0$, $\mathbb{P}(X \geq a) \leq \frac{\mathbb{E}(X)}{a}$. (1 pt)

(b) $\mathbb{P}(X \geq 24) \leq \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$. (1 pt)

(c) Bienaymé-Tchebychev : $\mathbb{P}(|Y - 10| \geq 5) \leq \frac{4}{25} = 0,16$. (1 pt)

2 Une loi sur les entiers

/ 4 pts

- (a) Les termes sont positifs et $\sum \frac{n}{2^{n+1}} = \frac{1}{2} \times \frac{1/2}{(1/2)^2} = \frac{1}{2} \times 2 = 1$. (1 pt)
- (b) $\mathbb{P}(X = 1) = \frac{1}{4}$, $\mathbb{P}(X = 2) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$, donc $\mathbb{P}(X \geq 3) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$. (1 pt)
- (c) $\mathbb{E}(X) = \frac{1}{2} \sum n^2 \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{2} \times \frac{(1/2)(3/2)}{(1/2)^3} = \frac{1}{2} \times 6 = 3$. (2 pts)

3 Capteurs défaillants

/ 4 pts

- (a) $X \sim \mathcal{B}(150; 0,02)$, $\mathbb{E}(X) = 3$, $V(X) = 150 \times 0,02 \times 0,98 = 2,94$. (2 pts)
- (b) Poisson de paramètre $\lambda = np = 3$ (1 pt). $\mathbb{P}(X = 0) \approx e^{-3} \approx 0,050$;
 $\mathbb{P}(X \geq 2) \approx 1 - e^{-3} - 3e^{-3} = 1 - 4e^{-3} \approx 0,801$. (1 pt)

4 Fonction génératrice

/ 4 pts

- (a) $G(1) = \frac{1}{4-3} = 1$. (0,5 pt)
- (b) $G(t) = \frac{t}{4} \cdot \frac{1}{1 - \frac{3}{4}t} = \frac{1}{4} \sum_{n \geq 1} \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} t^n$, donc $\mathbb{P}(X = n) = \frac{1}{4} \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$;
 $X \sim \mathcal{G}\left(\frac{1}{4}\right)$. (1,5 pt)
- (c) $G'(t) = \frac{4}{(4-3t)^2}$, $G'(1) = 4 = \mathbb{E}(X)$ (1 pt). $G''(t) = \frac{24}{(4-3t)^3}$, $G''(1) = 24$,
 $V(X) = 24 + 4 - 16 = 12$. (1 pt)

5 Somme de deux tirages

/ 3 pts

- (a) $\mathbb{P}(S = 2) = \mathbb{P}(S = 6) = \frac{1}{9}$, $\mathbb{P}(S = 3) = \mathbb{P}(S = 5) = \frac{2}{9}$, $\mathbb{P}(S = 4) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$. (1,5 pt)
- (b) $\mathbb{E}(S) = 2 + 2 = 4$ (0,5 pt). $V(X) = \frac{3^2 - 1}{12} = \frac{2}{3}$ donc, par indépendance, $V(S) = \frac{4}{3}$. (1 pt)

6

Vrai ou faux

/ 2 pts

(a) **Faux** : X uniforme sur $\{-1, 0, 1\}$ et $Y = X^2$ ont une covariance nulle mais

$$\mathbb{P}(X = 0, Y = 1) = 0 \neq \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}. \text{ (1 pt)}$$

(b) **Vrai** : les événements « pas de pile en n lancers » ont pour probabilité 2^{-n} et forment une suite décroissante ; par continuité monotone, la probabilité de leur intersection est

$$\lim 2^{-n} = 0. \text{ (1 pt)}$$

Le livre de contrôles corrigés de maths Maths Spé

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)**Zyro te conseille la suite****Contrôles de maths**

Probabilités et variables aléatoires
discrètes : contrôle de maths Maths Spé

**Cours de maths**

Probabilités et variables aléatoires
discrètes : cours de maths Maths Spé

 QCM de maths

Probabilités et variables aléatoires
discrètes : QCM de maths Maths Spé

 Contrôles de maths

Algèbre générale et dualité : contrôle de
maths Maths Spé

 Contrôles de maths

Courbes, surfaces et géométrie
euclidienne : contrôle de maths Maths
Spé

 Cours de maths

Algèbre générale et dualité : cours de
maths Maths Spé

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage