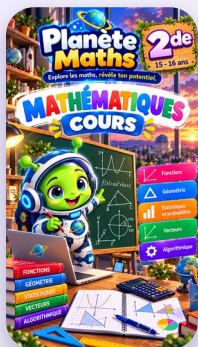


Probabilités et échantillonnage : cours de maths 2de à télécharger en PDF



Le livre de cours de maths 2de

Tout le programme en un seul PDF de 99 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Prévoir la météo, évaluer les chances de gagner à un jeu, vérifier qu'un dé n'est pas truqué : le hasard est partout, et pourtant il obéit à des règles. En seconde, tu vas apprendre à **décrire une expérience aléatoire**, à **calculer des probabilités** avec des outils solides (événement contraire, réunion, tableaux, arbres), puis à te servir d'un **échantillon** pour décider si une proportion annoncée est crédible.

1. Expérience aléatoire et univers

D

Expérience aléatoire, univers, événement

Une **expérience aléatoire** est une expérience dont on connaît toutes les issues possibles, sans pouvoir prévoir laquelle va se produire. L'ensemble de ces issues s'appelle l'**univers**, noté Ω . Un **événement** est un ensemble d'issues, c'est-à-dire une partie de Ω . Un événement qui ne contient qu'une issue est dit **élémentaire**.

Exemple 1 : un dé

On lance un dé à six faces. L'univers est $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. L'événement A : « obtenir un nombre pair » est $A = \{2; 4; 6\}$.

Exemple 2 : deux pièces

On lance une pièce deux fois de suite, en notant P pour pile et F pour face. L'univers est $\Omega = \{PP; PF; FP; FF\}$: il contient 4 issues.

Attention à l'ordre

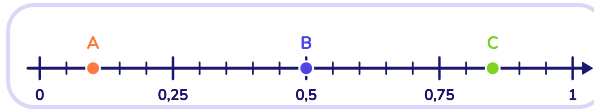
Quand on répète une expérience, **l'ordre compte** : PF et FP sont deux issues différentes. Oublier l'une des deux fausse tous les calculs.

2. Probabilité d'un événement

Loi de probabilité

Définir une loi de probabilité sur $\Omega = \{x_1; x_2; \dots; x_n\}$, c'est associer à chaque issue x_i un nombre p_i compris entre 0 et 1, de sorte que $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$. La probabilité d'un événement A , notée $P(A)$, est la somme des probabilités des issues qui le composent.

On en déduit que $0 \leq P(A) \leq 1$, que $P(\Omega) = 1$ (événement certain) et que $P(\emptyset) = 0$ (événement impossible).

**P**

Cas de l'équiprobabilité

Quand toutes les issues ont la même probabilité, on a, pour tout événement A :

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues de } A}{\text{nombre d'issues de } \Omega}.$$

E

Exemple 3 : une roue équilibrée

Une roue est partagée en 12 secteurs identiques numérotés de 1 à 12. Les issues sont équiprobables. L'événement « le numéro est un multiple de 5 » est $\{5; 10\}$, donc sa probabilité est $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

E

Exemple 4 : un dé truqué

Un dé a la loi suivante : $P(1) = 0,1$, $P(2) = 0,15$, $P(3) = 0,15$, $P(4) = 0,1$, $P(5) = 0,2$, $P(6) = 0,3$. La somme vaut bien 1. L'événement « le résultat est pair » a pour probabilité $0,15 + 0,1 + 0,3 = 0,55$. Ici, les issues ne sont pas équiprobables : on additionne les probabilités, on ne compte pas les issues.

3. Événement contraire

D Événement contraire

L'événement contraire de A , noté $\overline{A}$, est constitué de toutes les issues de Ω qui ne sont pas dans A .

P Propriété

Pour tout événement A :

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A).$$

E Exemple 5 : au moins un

On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes. La probabilité de tirer un as est $\frac{4}{32} = \frac{1}{8}$. La probabilité de « ne pas tirer d'as » est donc $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$.

! Astuce de Zyro

Dès que tu vois « au moins un » dans un énoncé, pense au contraire : « au moins un » a pour contraire « aucun », bien plus simple à compter !

4. Réunion et intersection

D Intersection et réunion

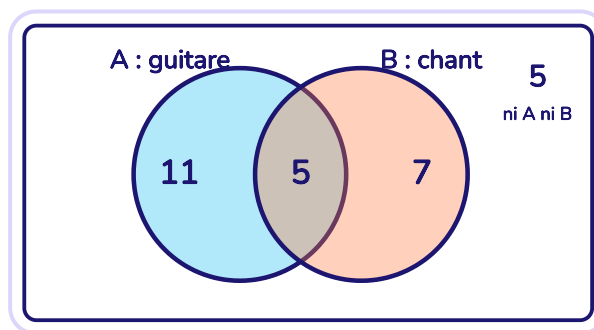
L'événement $A \cap B$ (« A et B ») est formé des issues qui réalisent **à la fois** A et B .
L'événement $A \cup B$ (« A ou B ») est formé des issues qui réalisent A , ou B , ou les deux. Deux événements sont **incompatibles** quand $A \cap B = \emptyset$.

P Probabilité d'une réunion

Pour deux événements quelconques :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Si A et B sont incompatibles, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.



E**Exemple 6 : guitare ou chant**

Dans une classe de 28 élèves, 16 jouent de la guitare (A), 12 chantent dans la chorale (B) et 5 font les deux. On choisit un élève au hasard. Alors $P(A) = \frac{16}{28}$, $P(B) = \frac{12}{28}$ et $P(A \cap B) = \frac{5}{28}$, d'où

$$P(A \cup B) = \frac{16 + 12 - 5}{28} = \frac{23}{28}.$$

On soustrait $P(A \cap B)$ car les 5 élèves communs ont été comptés deux fois.

5. Tableaux et arbres

Quand une situation croise **deux critères**, un tableau à double entrée donne directement les effectifs de chaque intersection.

E

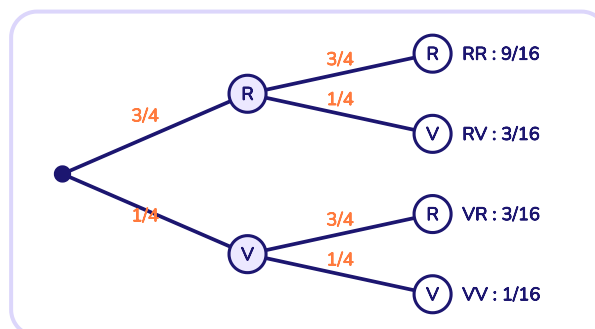
Exemple 7 : un tableau croisé

On interroge 80 voyageurs sur leur mode de transport et sur le fait de voyager seul ou accompagné.

	Seul	Accompagné	Total
Train	22	18	40
Car	14	26	40
Total	36	44	80

En choisissant un voyageur au hasard : $P(\text{Train}) = \frac{40}{80} = \frac{1}{2}$,
 $P(\text{Seul}) = \frac{36}{80} = \frac{9}{20}$, $P(\text{Train} \cap \text{Seul}) = \frac{22}{80} = \frac{11}{40}$ et
 $P(\text{Train} \cup \text{Seul}) = \frac{40 + 36 - 22}{80} = \frac{54}{80} = \frac{27}{40}$.

Pour une **succession d'épreuves**, on dessine un arbre pondéré : chaque branche porte sa probabilité et, pour atteindre une issue, on **multiplie** les probabilités le long du chemin.



E**Exemple 8 : tirages avec remise**

Une urne contient 3 boules rouges et 1 verte. On tire une boule, on la remet, puis on en tire une seconde. À chaque tirage, $P(R) = \frac{3}{4}$ et $P(V) = \frac{1}{4}$. Alors

$P(RR) = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$. Les chemins qui donnent « deux couleurs différentes » sont RV et VR : $P = \frac{3}{16} + \frac{3}{16} = \frac{3}{8}$.

M**Méthode : lire un arbre**

1. Écris les probabilités sur chaque branche ; leur somme sortant d'un même nœud vaut 1.
2. Multiplie les probabilités le long d'un chemin pour obtenir celle d'une issue.
3. Additionne les chemins qui réalisent l'événement demandé.

6. Fluctuation d'échantillonnage

Si on lance 10 fois une pièce équilibrée, obtenir 7 piles n'a rien d'extraordinaire. Si on la lance 1 000 fois, obtenir 700 piles serait très surprenant. La fréquence observée d'un caractère varie d'un échantillon à l'autre : c'est la **fluctuation d'échantillonnage**. Et plus l'échantillon est grand, plus elle se resserre autour de la probabilité p (c'est la loi des grands nombres, admise).

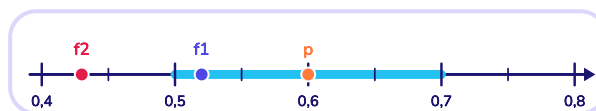
P**Intervalle de fluctuation**

Si $0,2 \leq p \leq 0,8$ et $n \geq 25$, la fréquence f observée sur un échantillon de taille n appartient, dans au moins 95 % des cas, à l'intervalle

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right].$$

M**Méthode : prendre une décision**

1. Calcule l'intervalle de fluctuation à partir de la proportion p annoncée et de la taille n .
2. Calcule la fréquence f observée.
3. Si f est dans l'intervalle, on **ne rejette pas** l'annonce. Sinon, on **la met en doute** (avec un risque d'erreur d'environ 5 %).

**E****Exemple 9 : un fabricant**

Un fabricant affirme que 60 % de ses ampoules durent plus de 1 000 heures. On teste $n = 100$ ampoules. On a $\frac{1}{\sqrt{100}} = 0,1$, donc l'intervalle est $[0,5 ; 0,7]$. Si 52 ampoules durent longtemps, $f = 0,52$ est dans l'intervalle : l'annonce n'est pas remise en cause. Si seulement 43 durent longtemps, $f = 0,43$ est en dehors : on met l'annonce en doute.

⚠**Ne pas conclure trop vite**

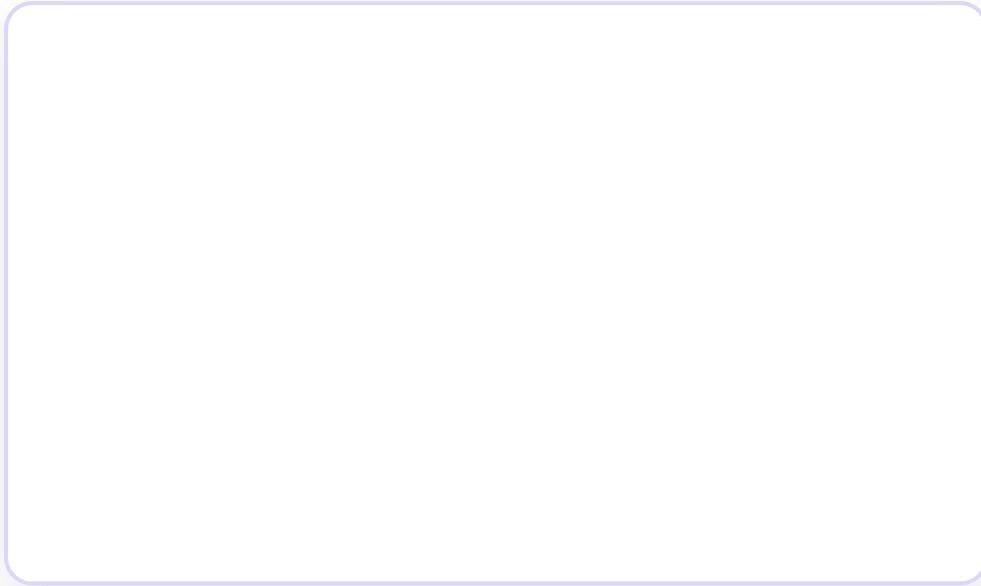
Une fréquence dans l'intervalle ne **prouve** pas que p est la bonne valeur ; elle montre seulement que l'échantillon est compatible avec elle.

7. Simulation

Quand l'expérience est longue à répéter, on la **simule** avec un tableur ou un programme. Le tableur fournit un nombre aléatoire entre 0 et 1 avec $ALEA()$. Pour un dé à six faces, la formule

$=ENT(6*ALEA()))+1$ renvoie un entier de 1 à 6, chaque valeur étant équiprobable.

1. Simule un grand nombre de répétitions (une ligne par épreuve).
2. Compte les issues qui t'intéressent et calcule leur fréquence.
3. Recommence plusieurs fois : tu observes la fluctuation.



Probabilités échantillonnage 2de : fréquence de la face 6 sur 2000 lancers simulés d'un dé, qui se stabilise près de $1/6$ dans la bande de fluctuation qui se resserre

Sur la courbe, la fréquence de la face 6 s'agite beaucoup au début, puis se rapproche de $\frac{1}{6} \approx 0,167$ quand le nombre de lancers augmente. Une simulation ne donne jamais la probabilité exacte, mais une **estimation** d'autant meilleure que n est grand.

E

Exemple 10 : estimer une probabilité

On simule 400 fois un tirage de deux dés et on note 66 sommes égales à 7. La fréquence est $\frac{66}{400} = 0,165$. La probabilité exacte vaut $\frac{6}{36} = \frac{1}{6} \approx 0,167$: l'estimation est très proche.

À retenir

- L'univers Ω regroupe toutes les issues ; un événement est une partie de Ω .
- Une loi de probabilité attribue à chaque issue un nombre de $[0 ; 1]$, la somme valant 1 ; en équiprobabilité, $P(A) = \frac{\text{issues de } A}{\text{issues de } \Omega}$.
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$: le contraire est précieux pour « au moins un ».
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
- Dans un arbre, on multiplie le long d'un chemin et on additionne les chemins favorables.
- Intervalle de fluctuation : $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$ pour $n \geq 25$ et $0,2 \leq p \leq 0,8$.
- Une simulation fournit une estimation d'une probabilité, meilleure quand n grandit.

Le livre de cours de maths 2de

Tout le programme en un seul PDF de 99 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

  **Zyro te conseille la suite**

 Exercices de maths

Probabilités et échantillonnage :
exercices de maths 2de

 Contrôles de maths

Probabilités et échantillonnage : contrôle
de maths 2de

 QCM de maths

Probabilités et échantillonnage : QCM de
maths 2de

 Exercices de maths

Logique et algorithmique : exercices de
maths 2de

 Exercices de maths

Nombres et calculs : exercices de maths
2de

 Contrôles de maths

Logique et algorithmique : contrôle de
maths 2de

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage