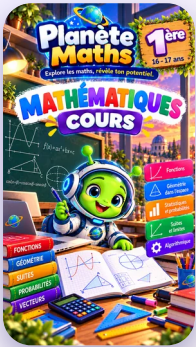


Probabilités conditionnelles : cours de maths 1ère à télécharger en PDF



Le livre de cours de maths 1ère

Tout le programme en un seul PDF de 103 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Un jeu de cartes, une file d'attente, un test médical : dans la vie, on connaît presque toujours une information de plus avant de parler de chances. Savoir qu'un événement s'est déjà réalisé change la probabilité d'un autre. C'est exactement ce que mesure la **probabilité conditionnelle**, un outil central de la spécialité mathématiques en 1ère.

1. Probabilité conditionnelle

Dans toute la suite, on travaille sur un univers Ω muni d'une probabilité P . Les événements A et B sont des parties de Ω .

D Définition : probabilité de B sachant A

Soit A un événement tel que $P(A) \neq 0$. La probabilité de B sachant A est le nombre

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}.$$

Elle mesure la « chance » que B se réalise quand on sait que A est réalisé.

Intuitivement, on restreint l'univers à A : les seuls cas qui restent possibles sont ceux de A , et parmi eux on regarde ceux qui sont aussi dans B . On rencontre aussi la notation $P(B \mid A)$.

P Propriétés

Si $P(A) \neq 0$, l'application $B \mapsto P_A(B)$ est une probabilité : $0 \leq P_A(B) \leq 1$, $P_A(\Omega) = 1$ et $P_A(\overline{B}) = 1 - P_A(B)$.

⚠ Erreur classique

En général $P_A(B) \neq P_B(A)$. Savoir que « un joueur de rugby est costaud » n'est pas la même information que « une personne costaute joue au rugby ». Le conditionnement a un sens : l'événement placé en indice est celui que l'on *sait* réalisé.

I 2. Tableaux croisés

Quand on dispose d'effectifs, un tableau croisé donne directement toutes les probabilités, y compris conditionnelles : on divise l'effectif de l'intersection par l'effectif de la ligne ou de la colonne qui correspond à la condition.

E

Exemple 1 : un mur d'escalade

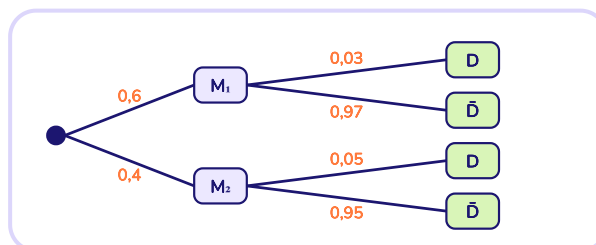
Sur 200 personnes venues dans une salle d'escalade, 120 sont des adultes (A) et 80 des enfants. 93 personnes ont loué un casque (L), dont 45 adultes.

	Casque loué (L)	Pas de casque ($\bar{L}$)	Total
Adultes (A)	45	75	120
Enfants	48	32	80
Total	93	107	200

$P(A) = \frac{120}{200} = 0,6$. $P_A(L) = \frac{45}{120} = 0,375$: parmi les adultes, 37,5 % louent un casque. Dans l'autre sens, $P_L(A) = \frac{45}{93} = \frac{15}{31} \approx 0,484$: parmi ceux qui louent un casque, environ 48 % sont des adultes. Les deux probabilités sont différentes.

3. Arbre pondéré

Un **arbre pondéré** représente une expérience en plusieurs étapes. Sur chaque branche du premier niveau on écrit une probabilité ordinaire ; sur chaque branche suivante on écrit une probabilité **conditionnelle**, celle de l'événement sachant le chemin déjà parcouru.



Ici, une usine fabrique des gourdes avec deux machines : M_1 produit 60 % des gourdes et M_2 en produit 40 %. Une gourde de M_1 a un défaut (événement D) avec la probabilité **0,03**, une gourde de M_2 avec la probabilité **0,05**.

P**Règles de lecture d'un arbre**

- La somme des probabilités des branches qui partent d'un même nœud vaut **1**.
- La probabilité d'un chemin (une intersection) est le **produit** des probabilités rencontrées sur ses branches.
- La probabilité d'un événement est la **somme** des probabilités des chemins qui le réalisent.

I 4. Probabilité d'une intersection

Réécrire la définition en multipliant par $P(A)$ donne la formule la plus utilisée en pratique.

P**Formule des probabilités composées**

Si $P(A) \neq 0$:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B).$$

Si $P(B) \neq 0$, on a aussi $P(A \cap B) = P(B) \times P_B(A)$.

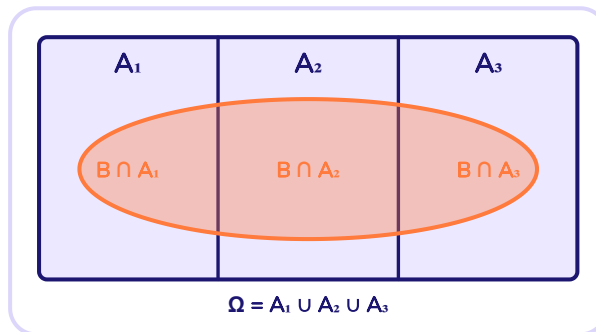
E**Exemple 2 : une gourde défectueuse de M_1**

$P(M_1 \cap D) = P(M_1) \times P_{M_1}(D) = 0,6 \times 0,03 = 0,018$. On multiplie le long du chemin $M_1 \rightarrow D$.

5. Partition de l'univers et probabilités totales

D Définition : partition

Des événements $A_1, A_2, \dots, A_n$ forment une **partition** de Ω s'ils sont non vides, deux à deux incompatibles et si leur réunion est Ω . Exemple : A et $\bar{A}$ (avec A ni vide ni égal à Ω).



P Formule des probabilités totales

Si $A_1, \dots, A_n$ forment une partition de Ω avec des probabilités non nulles, alors pour tout événement B :

$$P(B) = P(A_1 \cap B) + \dots + P(A_n \cap B) = P(A_1) P_{A_1}(B) + \dots + P(A_n) P_{A_n}(B)$$

La justification est visuelle : B est coupé en morceaux disjoints $B \cap A_i$, et les probabilités de ces morceaux s'ajoutent.

M**Méthode : calculer $P(B)$ avec un arbre**

1. Repérer la partition qui constitue le premier niveau de l'arbre.
2. Repérer tous les chemins qui aboutissent à B .
3. Multiplier les probabilités sur chaque chemin, puis additionner les produits.

E**Exemple 3 : probabilité d'un défaut**

$\{M_1, M_2\}$ est une partition.

$$P(D) = P(M_1) P_{M_1}(D) + P(M_2) P_{M_2}(D) = 0,6 \times 0,03 + 0,4 \times 0,05 = 0,018 + 0,02$$

. Environ 3,8 % des gourdes sont défectueuses.

6. Inverser un conditionnement

L'arbre donne $P_M(D)$ (de la cause vers l'effet), mais on veut souvent $P_D(M)$: on a trouvé une gourde défectueuse, d'où vient-elle ? On combine les deux formules précédentes.

P**Formule d'inversion**

Si $P(A) \neq 0$ et $P(B) \neq 0$:

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \times P_A(B)}{P(B)},$$

où $P(B)$ se calcule avec la formule des probabilités totales.

E Exemple 4 : d'où vient la gourde défectueuse ?

$P_D(M_1) = \frac{P(M_1 \cap D)}{P(D)} = \frac{0,018}{0,038} = \frac{9}{19} \approx 0,474$. Alors que M_1 produit 60 % des gourdes, elle n'est responsable que de 47 % des défauts, car elle est plus fiable.

! Astuce de Zyro

Sur ma planète, on raisonne avec des effectifs : imagine 10 000 gourdes et compte-les. Les rapports d'effectifs donnent les mêmes résultats que les formules, mais avec des nombres entiers qui rassurent !

7. Événements indépendants

D Définition : indépendance

Deux événements A et B sont **indépendants** si $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

Si $P(A) \neq 0$, cela équivaut à $P_A(B) = P(B)$: savoir que A est réalisé ne change pas la probabilité de B . Si A et B sont indépendants, alors A et $\bar{B}$, $\bar{A}$ et B , $\bar{A}$ et $\bar{B}$ le sont aussi.

E Exemple 5 : un jeu de 32 cartes

On tire une carte. C : « cœur » ; F : « figure » (valet, dame, roi). $P(C) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$, $P(F) = \frac{12}{32} = \frac{3}{8}$ et $P(C \cap F) = \frac{3}{32}$. Comme $\frac{1}{4} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{32}$, les événements C et F sont indépendants.



Indépendants n'est pas incompatibles

Deux événements de probabilités non nulles qui sont incompatibles ($A \cap B = \emptyset$) ne sont *jamais* indépendants : $P(A \cap B) = 0$ alors que $P(A)P(B) > 0$. Pour tester l'indépendance, calcule toujours le produit.

À retenir

- $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ avec $P(A) \neq 0$; en général $P_A(B) \neq P_B(A)$.
- $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$: sur un arbre, on multiplie le long d'un chemin.
- Les branches qui partent d'un même nœud ont une somme égale à 1.
- Formule des probabilités totales : $P(B) = \sum P(A_i) P_{A_i}(B)$ pour une partition (A_i) .
- Inversion : $P_B(A) = \frac{P(A) P_A(B)}{P(B)}$.
- A et B indépendants $\iff P(A \cap B) = P(A)P(B)$; incompatibles et non nuls $\Rightarrow$ non indépendants.

Le livre de cours de maths 1ère

Tout le programme en un seul PDF de 103 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)



Zyro te conseille la suite

 Exercices de maths

Probabilités conditionnelles : exercices de maths 1ère

 Contrôles de maths

Probabilités conditionnelles : contrôle de maths 1ère

 QCM de maths

Probabilités conditionnelles : QCM de maths 1ère

 Exercices de maths

Variables aléatoires : exercices de maths 1ère

 Exercices de maths

Algorithmique et Python : exercices de maths 1ère

 Contrôles de maths

Variables aléatoires : contrôle de maths 1ère

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage