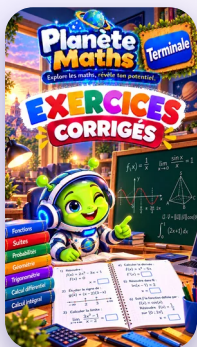


Primitives et équations différentielles : exercices corrigés de maths Terminale à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Terminale

Tout le programme en un seul PDF de 148 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigés rédigés des exercices du chapitre. Vérifie chaque étape, puis corrige-toi.

1 Vérifier une primitive



F est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $F'(x) = 3x^2 - 4 + 0 = 3x^2 - 4 = f(x)$.

Donc F est bien une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

2 Primitives d'un polynôme



On primitive terme à terme : $6 \times \frac{x^3}{3} - 5 \times \frac{x^2}{2} + 2x$.

Les primitives sont $F(x) = 2x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 2x + c$, avec $c \in \mathbb{R}$.

3 Avec un inverse



Une primitive de $\frac{1}{x^2}$ est $-\frac{1}{x}$ et une primitive de **5** est **$5x$** .

Donc $F(x) = -\frac{3}{x} + 5x$ convient.

4 Exponentielle et sinus



Une primitive de e^x est e^x et une primitive de **$\sin x$** est **$-\cos x$** .

Donc $F(x) = 5e^x - 3\cos x + c$, avec $c \in \mathbb{R}$.

5 Résoudre $y' = 3y$



L'équation est de la forme $y' = ay$ avec $a = 3$.

Les solutions sont les fonctions $y(x) = Ce^{3x}$, avec $C \in \mathbb{R}$.

6 Une condition initiale



Les solutions sont $y(x) = Ce^{-2x}$. La condition $y(0) = 5$ donne $Ce^0 = 5$, donc $C = 5$.

L'unique solution est $y(x) = 5e^{-2x}$.

7 Avec un terme constant



Ici $a = 2$, $b = 6$ et $-\frac{b}{a} = -3$. Les solutions sont $y(x) = Ce^{2x} - 3$.

Avec $y(0) = 1$: $C - 3 = 1$, donc $C = 4$. La solution cherchée est $y(x) = 4e^{2x} - 3$.

8 Reconnaître $u'u^n$



Posons $u(x) = x^2 + x$, alors $u'(x) = 2x + 1$ et $f = u'u^3$.

Une primitive est $F(x) = \frac{(x^2 + x)^4}{4}$.

9 Un quotient



Posons $u(x) = x^2 + 1 > 0$, alors $u'(x) = 2x$ et $f = \frac{1}{2} \times \frac{u'}{u}$.

Une primitive est $F(x) = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1)$.

10 Fonctions de la forme $f(ax + b)$



a. $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x-1}$, car la dérivée de e^{3x-1} est $3e^{3x-1}$.

b. $G(x) = \frac{1}{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$.

c. Avec $u = 2x + 1$ et $u' = 2$: $h = \frac{1}{2} \times \frac{u'}{u^2}$, donc $H(x) = -\frac{1}{2(2x + 1)}$.

11 Primitive et condition



Avec $u(x) = x^2$ et $u'(x) = 2x$, on a $f = u'e^u$. Les primitives sont $F(x) = e^{x^2} + c$.

$F(0) = e^0 + c = 1 + c = 3$, donc $c = 2$. Ainsi $F(x) = e^{x^2} + 2$.

12 Équation avec condition



$a = -0,4$, $b = 2$, donc $-\frac{b}{a} = 5$ et $y(x) = Ce^{-0,4x} + 5$.

$y(0) = C + 5 = 1$ donne $C = -4$: $y(x) = 5 - 4e^{-0,4x}$.

Comme $-0,4 < 0$, $e^{-0,4x} \rightarrow 0$, donc $y(x) \rightarrow 5$: la solution se rapproche de l'équilibre 5.

13 Le café qui refroidit



a. $T' = -0,1T + 2$, donc $-\frac{b}{a} = 20$ et $T(t) = Ce^{-0,1t} + 20$. Avec $T(0) = 90$,
 $C = 70 : T(t) = 20 + 70e^{-0,1t}$.

b. $T(t) = 50 \iff 70e^{-0,1t} = 30 \iff e^{-0,1t} = \frac{3}{7} \iff t = 10 \ln \frac{7}{3} \approx 8,473$
minutes, soit environ 8 min 28 s (car $0,473 \times 60 \approx 28$).

14 Vrai ou faux ?



a. **Vrai.** Avec $u = x^2 + 1$, $\frac{u'}{u}$ a pour primitive $\ln u$, et deux primitives diffèrent d'une constante.

b. **Faux.** La dérivée de $2e^{2x}$ est $4e^{2x}$. Une primitive est $\frac{1}{2}e^{2x}$.

c. **Vrai.** Les solutions sont Ce^{-3x} et $e^{-3x} \rightarrow 0$.

d. **Faux.** Les solutions sont Ce^x , et $e^x > 0$: si $C \neq 0$, elles ne s'annulent jamais.

15 Un logarithme de logarithme



Posons $u(x) = \ln x$, qui est strictement positif sur $]1; +\infty[$, avec $u'(x) = \frac{1}{x}$. Alors
 $f = \frac{u'}{u}$.

Les primitives sont $F(x) = \ln(\ln x) + c$.

$F(e) = \ln(\ln e) + c = \ln 1 + c = c = 2$. Donc $F(x) = \ln(\ln x) + 2$.

16 Une racine au dénominateur

★★★

Avec $u = x^2 + 1 > 0$ et $u' = 2x$, on a $f = \frac{3}{2} \times \frac{u'}{\sqrt{u}}$. Une primitive de $\frac{u'}{\sqrt{u}}$ est $2\sqrt{u}$,

donc $F(x) = \frac{3}{2} \times 2\sqrt{x^2 + 1} = 3\sqrt{x^2 + 1}$.

Vérification : $F'(x) = 3 \times \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{3x}{\sqrt{x^2 + 1}} = f(x)$.

17 Produit sinus et cosinus

★★★

Posons $u = \cos x$, $u' = -\sin x$. Alors $f = -u'u^2$, qui a pour primitives

$$-\frac{u^3}{3} + c = -\frac{\cos^3 x}{3} + c.$$

$$F(0) = -\frac{1}{3} + c = 0 \text{ donne } c = \frac{1}{3}. \text{ Donc } F(x) = \frac{1 - \cos^3 x}{3}.$$

18 Étude d'une solution

★★★

a. $-\frac{b}{a} = 4$, donc $f(x) = Ce^{2x} + 4$. $f(0) = C + 4 = 7$ donne $C = 3$:
 $f(x) = 3e^{2x} + 4$.

b. $f'(x) = 6e^{2x} > 0$: f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

c. En $+\infty$, $e^{2x} \rightarrow +\infty$ donc $f(x) \rightarrow +\infty$. En $-\infty$, $e^{2x} \rightarrow 0$ donc $f(x) \rightarrow 4$: la droite d'équation $y = 4$ est asymptote horizontale à la courbe en $-\infty$.

19 Des bactéries prélevées



- a. $-\frac{b}{a} = \frac{150}{0,3} = 500$, donc $P(t) = Ce^{0,3t} + 500$. $P(0) = 800$ donne $C = 300$:
 $P(t) = 500 + 300e^{0,3t}$.
- b. $P'(t) = 90e^{0,3t} > 0$, donc la population augmente (le seuil critique **500** est dépassé dès le départ).
- c. $500 + 300e^{0,3t} > 2000 \iff e^{0,3t} > 5 \iff t > \frac{\ln 5}{0,3} \approx 5,36$. Le seuil est dépassé après environ **5,36** h.

20 Un médicament en perfusion



- a. $-\frac{b}{a} = \frac{3}{0,25} = 12$, donc $C(t) = Ke^{-0,25t} + 12$. $C(0) = 0$ donne $K = -12$:
 $C(t) = 12(1 - e^{-0,25t})$.
- b. $e^{-0,25t} \rightarrow 0$ donc $C(t) \rightarrow 12$ mg/L.
- c. $12(1 - e^{-0,25t}) = 9 \iff e^{-0,25t} = \frac{1}{4} \iff t = 4 \ln 4 \approx 5,55$ h.

21 De la vitesse à la position



- a. x est la primitive de v qui vaut **2** en **0** : $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + c$ avec $c = 2$, donc
 $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + 2$.
- b. $x(1) = 1 - 6 + 9 + 2 = 6$ m et $x(3) = 27 - 54 + 27 + 2 = 2$ m.
- c. $3t^2 - 12t + 9 = 3(t - 1)(t - 3) = 0$ pour $t = 1$ ou $t = 3$. Le mobile s'arrête et change de sens : il avance jusqu'à **6** m, recule jusqu'à **2** m, puis repart vers l'avant.

22 Demi-vie d'un échantillon



a. $N(t) = 800e^{-\lambda t}$. La demi-vie vérifie $e^{-12\lambda} = \frac{1}{2}$, donc $\lambda = \frac{\ln 2}{12} \approx 0,0578$.

b. $e^{-\lambda t} = e^{-t \ln 2 / 12} = (e^{\ln 2})^{-t/12} = 2^{-t/12}$, donc $N(t) = 800 \times 2^{-t/12}$.

c. $N(30) = 800 \times 2^{-2,5} = \frac{800}{4\sqrt{2}} \approx 141,4$ mg. Ensuite,

$800 \times 2^{-t/12} = 100 \iff 2^{-t/12} = \frac{1}{8} = 2^{-3} \iff t = 36$. Il faut **36** h, soit trois demi-vies, pour atteindre **100** mg.

Le livre d'exercices corrigés de maths Terminale

Tout le programme en un seul PDF de 148 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)



Entraîne-toi : défi express de Terminale

[Changer de niveau](#)

Niveau : **Terminale**

6 questions au hasard, correction tout de suite.



[Lancer le défi](#)



Zyro te conseille la suite

 Exercices de maths

Primitives et équations différentielles :
exercices de maths Terminale

 QCM de maths

Primitives et équations différentielles :
QCM de maths Terminale

 Contrôles de maths

Primitives et équations différentielles :
contrôle de maths Terminale

 Exercices de maths

Calcul intégral : exercices de maths
Terminale

 Exercices de maths

Fonctions trigonométriques : exercices
de maths Terminale

 QCM de maths

Calcul intégral : QCM de maths
Terminale

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage