

Symétrie centrale et parallélogrammes : cours de maths 4ème à télécharger en PDF



Le livre de cours de maths 4ème

Tout le programme en un seul PDF de 107 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

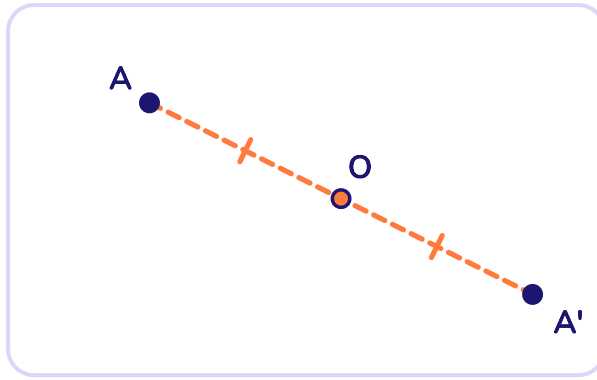
Un tour de manège, une hélice, une carte à jouer : tourne-les d'un demi-tour autour de leur centre et elles se retrouvent à la même place. Cette idée s'appelle la **symétrie centrale**. Dans ce chapitre, tu vas apprendre à construire le symétrique d'un point ou d'une figure, puis tu verras pourquoi les **parallélogrammes** sont si particuliers et comment **démontrer** qu'un quadrilatère en est un.

1. La symétrie centrale : le symétrique d'un point

D

Symétrique d'un point

Soit O un point. Le symétrique du point A par rapport à O est le point A' tel que O soit le **milieu** du segment $[AA']$. Le point O s'appelle le **centre de symétrie**.



Cela veut dire que les points A , O et A' sont alignés et que $OA = OA'$. Le symétrique de O par rapport à O est O lui-même. Faire une symétrie centrale revient à faire un **demi-tour** autour du point O .

M

Construire le symétrique d'un point

1. Trace la droite (AO) .
2. Reporte au compas la longueur OA de l'autre côté de O : tu obtiens A' .
3. Code la figure : $OA = OA'$.

E

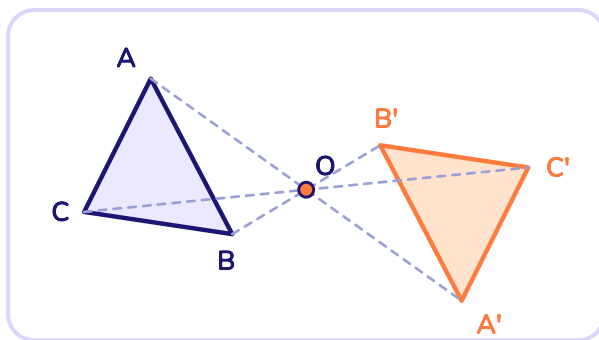
Exemple 1

Le point M' est le symétrique de M par rapport à O , et $OM = 3,7$ cm. Que vaut MM' ?

O est le milieu de $[MM']$, donc $OM' = OM = 3,7$ cm et $MM' = 2 \times 3,7 = 7,4$ cm.

2. Le symétrique d'une figure

Pour construire le symétrique d'une figure, on construit le symétrique de chacun de ses points importants (les sommets d'un polygone, par exemple), puis on les relie dans le même ordre.



P

Propriétés de la symétrie centrale

La symétrie centrale **conserve** :

- l'alignement : le symétrique d'une droite est une droite **parallèle** à la droite de départ ;
- les longueurs : le symétrique d'un segment est un segment de même longueur ;
- les mesures d'angles ;
- les périmètres et les aires.

Le symétrique d'un cercle de centre C et de rayon r est un cercle de même rayon, de centre C' , symétrique de C .

Sur la figure, le triangle orange $A'B'C'$ est exactement superposable au triangle violet ABC : il est simplement « retourné » d'un demi-tour autour de O .



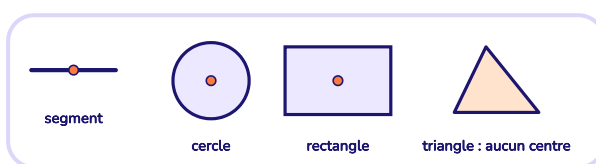
Attention

Ne confonds pas avec la symétrie axiale : ici, on ne « plie » pas la feuille le long d'une droite, on tourne d'un demi-tour autour d'un **point**. Le symétrique d'une droite n'est pas perpendiculaire à celle-ci : il lui est parallèle.

3. Centre de symétrie d'une figure

D Centre de symétrie

Un point O est un **centre de symétrie** d'une figure si le symétrique de cette figure par rapport à O est la figure elle-même.



Un segment a pour centre de symétrie son milieu ; un cercle, son centre ; un rectangle, le point d'intersection de ses diagonales. Un triangle n'a jamais de centre de symétrie. Parmi les lettres, **S**, **N**, **Z** et **H** en ont un, mais pas **A** ni **E**.

E Exemple 2

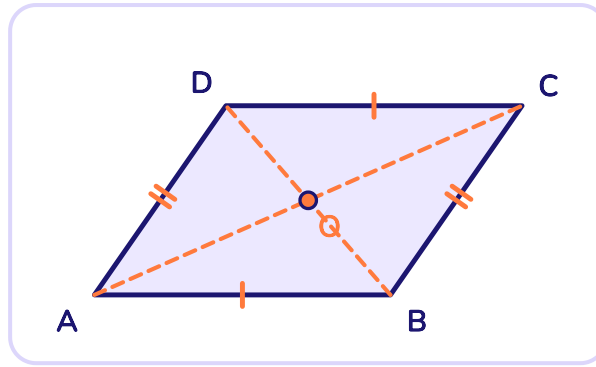
Le trapèze quelconque **EFGH** a-t-il un centre de symétrie ?

Si O était un centre de symétrie, chaque côté aurait pour image le côté opposé, et les côtés opposés seraient parallèles deux à deux. Or un trapèze quelconque n'a qu'une paire de côtés parallèles : il n'a donc pas de centre de symétrie.

4. Les propriétés du parallélogramme

D Parallélogramme

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont **parallèles deux à deux**.



P

Propriétés du parallélogramme

Si $ABCD$ est un parallélogramme, alors :

- ses côtés opposés sont de même longueur : $AB = DC$ et $AD = BC$;
- ses diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en leur milieu O ;
- ses angles opposés sont égaux : $\hat{A} = \hat{C}$ et $\hat{B} = \hat{D}$;
- le point O est son centre de symétrie.

Pourquoi ? Comme O est le milieu de $[AC]$ et de $[BD]$, la symétrie de centre O envoie A sur C et B sur D . Elle envoie donc le segment $[AB]$ sur le segment $[CD]$: ces deux segments ont la même longueur et sont parallèles. Le parallélogramme est sa propre image, donc O est un centre de symétrie.

5. Reconnaître un parallélogramme

P

Caractérisations

Un quadrilatère non croisé est un parallélogramme dans chacun de ces cas :

- ses côtés opposés sont parallèles deux à deux ;
- ses diagonales ont le **même milieu** ;
- ses côtés opposés sont de même longueur deux à deux ;
- deux côtés opposés sont **parallèles et de même longueur**.

M

Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

1. Repère ce que l'énoncé te donne (milieux, égalités de longueurs, parallélisme).
2. Choisis la caractérisation qui correspond à ces données.
3. Écris la conclusion avec la phrase « donc ***ABCD*** est un parallélogramme ».

E

Exemple 3

Les segments $[PR]$ et $[QS]$ se coupent en I , avec $PI = IR = 3,5$ cm et $QI = IS = 2,4$ cm. Que dire de $PQRS$?

I est le milieu de $[PR]$ et de $[QS]$: les diagonales de $PQRS$ ont le même milieu.
Donc $PQRS$ est un parallélogramme.



Attention

Deux côtés opposés **égaux** ne suffisent pas : un trapèze isocèle a deux côtés opposés égaux et n'est pas un parallélogramme. Il faut aussi qu'ils soient parallèles.

6. Les parallélogrammes particuliers

Certains parallélogrammes ont des propriétés supplémentaires.

Quadrilatère	Condition en plus	Propriété des diagonales
Rectangle	un angle droit	de même longueur
Losange	deux côtés consécutifs égaux (donc quatre côtés égaux)	perpendiculaires
Carré	à la fois rectangle et losange	de même longueur et perpendiculaires



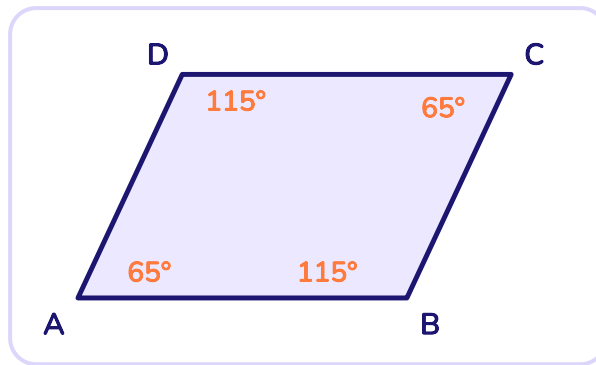
Astuce de Zyro

Sur ma planète, on retient : « *un parallélogramme avec un angle droit devient rectangle, avec deux côtés voisins égaux devient losange, avec les deux devient carré* ». Trois cases à cocher, et tu sais tout !

7. Angles et parallélisme

Quand deux droites parallèles sont coupées par une sécante, les angles **alternes-internes** sont égaux, ainsi que les angles **correspondants**. Dans un parallélogramme, cela donne une propriété

très pratique.



P

Angles consécutifs

Dans un parallélogramme, deux angles **consécutifs** sont supplémentaires : leur somme vaut 180° . Les angles opposés sont égaux, et la somme des quatre angles vaut 360° .

E

Exemple 4

$ABCD$ est un parallélogramme avec $\hat{A} = 65^\circ$. Calcule les autres angles.

$\hat{B} = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$ (angles consécutifs). Puis $\hat{C} = \hat{A} = 65^\circ$ et $\hat{D} = \hat{B} = 115^\circ$ (angles opposés). Vérification : $65 + 115 + 65 + 115 = 360$.

8. Rédiger une démonstration

Une démonstration enchaîne des **étapes** : on part de ce qui est donné, on appelle une propriété du cours, et on en déduit un résultat. Chaque étape suit le modèle *donnée* $\rightarrow$ *propriété* $\rightarrow$ *conclusion*.

E**Exemple 5**

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O . Démontre que $AB = CD$ en utilisant la symétrie centrale.

Données. O est le milieu de $[AC]$ et de $[BD]$.

Propriété. La symétrie de centre O transforme A en C et B en D , et elle conserve les longueurs.

Conclusion. Le segment $[AB]$ a pour symétrique $[CD]$, donc $AB = CD$.

Sur une figure, ne conclus jamais « parce que ça se voit » : une figure donne une idée, seule la démonstration fait foi.

À retenir

- A' est le **symétrique** de A par rapport à O si O est le milieu de $[AA']$.
- La symétrie centrale **conserve** les longueurs, les angles, les aires, et transforme une droite en droite **parallèle**.
- Un **parallélogramme** a ses côtés opposés parallèles et égaux, ses diagonales de même milieu et ses angles opposés égaux.
- Deux angles consécutifs d'un parallélogramme sont **supplémentaires** (somme 180°).
- Pour prouver un parallélogramme : diagonales de même milieu, ou côtés opposés parallèles et égaux.
- Rectangle : un angle droit ; losange : deux côtés consécutifs égaux ; carré : les deux.
- Une démonstration suit toujours : donnée, propriété, conclusion.

Le livre de cours de maths 4ème

Tout le programme en un seul PDF de 107 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre



Entraîne-toi : défi express de 4ème

Changer de niveau

Niveau : 4ème

6 questions au hasard, correction tout de suite.



Lancer le défi



Zyro te conseille la suite



Exercices de maths

Symétrie centrale et parallélogrammes :
exercices de maths 4ème



Contrôles de maths

Symétrie centrale et parallélogrammes :
contrôle de maths 4ème

 QCM de maths

Symétrie centrale et parallélogrammes :
QCM de maths 4ème

 Exercices de maths

Théorème de Thalès : exercices de maths
4ème

 Exercices de maths

Cosinus d'un angle aigu : exercices de
maths 4ème

 Contrôles de maths

Théorème de Thalès : contrôle de maths
4ème

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage