

Nombres et calculs : cours de maths 2de à télécharger en PDF



Le livre de cours de maths 2de

Tout le programme en un seul PDF de 99 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Mesurer une distance, convertir une durée, comparer la taille d'un virus à celle d'une galaxie : on manipule sans cesse des nombres de natures très différentes. En seconde, on met de l'ordre dans cette collection : tu vas **classer les nombres** dans leurs ensembles, **calculer proprement** avec les puissances et les racines, décrire des ensembles de réels par des **intervalles**, mesurer des écarts avec la **valeur absolue**, et enfin donner des valeurs approchées honnêtes de résultats trop longs pour être écrits entièrement.

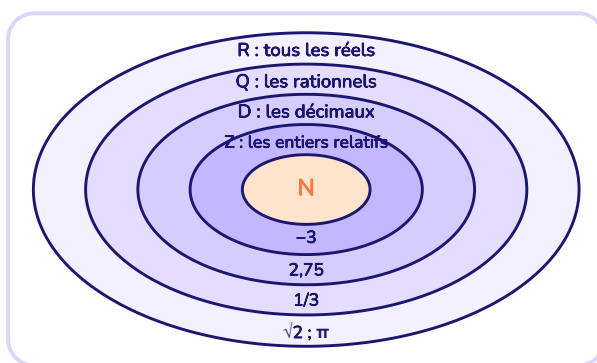
1. Les ensembles de nombres

Les nombres se rangent dans des ensembles de plus en plus vastes, chacun contenant le précédent.

D

Les cinq ensembles

- $\mathbb{N}$: les **entiers naturels** $0, 1, 2, 3, \dots$;
- $\mathbb{Z}$: les **entiers relatifs**, naturels ou négatifs : $\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$;
- $\mathbb{D}$: les **nombre décimaux**, qui s'écrivent $\frac{k}{10^n}$ avec $k \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$ (un nombre fini de chiffres après la virgule) ;
- $\mathbb{Q}$: les **nombre rationnels**, quotients $\frac{p}{q}$ d'un entier relatif p par un entier non nul q ;
- $\mathbb{R}$: les **nombre réels**, ceux qui repèrent tous les points d'une droite graduée.



On a donc la chaîne d'inclusions $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$. Le symbole $\in$ relie un nombre à un ensemble ($-3 \in \mathbb{Z}$), le symbole $\subset$ relie deux ensembles. Pour classer un nombre, on cherche le **plus petit** ensemble qui le contient.

E

Exemple : classer des nombres

$\frac{12}{4} = 3$ est un entier naturel. $-2,5 = \frac{-25}{10}$ est décimal, pas entier. $\frac{5}{6}$ est rationnel mais pas décimal. $\sqrt{49} = 7$ appartient à $\mathbb{N}$. Enfin $\sqrt{7}$ n'est qu'un réel : on va voir pourquoi dans la partie suivante.

2. Rationnels et irrationnels

Un rationnel a toujours une écriture décimale qui s'arrête ou qui se répète : $\frac{1}{3} = 0,333\dots$ et $\frac{4}{11} = 0,3636\dots$. Un réel qui n'est pas rationnel est dit **irrationnel** : sa partie décimale ne se répète jamais.

P

Reconnaître un décimal

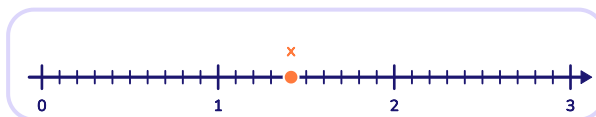
Une fraction irréductible $\frac{a}{b}$ est un nombre décimal si et seulement si les seuls diviseurs premiers de b sont 2 et 5. Ainsi $\frac{7}{8} = 0,875$ et $\frac{3}{20} = 0,15$ sont décimaux, alors que $\frac{4}{9}$ et $\frac{5}{6}$ ne le sont pas.

P

Théorème

Le nombre $\sqrt{2}$ est irrationnel.

Démonstration (par l'absurde). Supposons $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ avec $\frac{p}{q}$ irréductible. Alors $p^2 = 2q^2$, donc p^2 est pair, donc p est pair : $p = 2k$. On obtient $4k^2 = 2q^2$, soit $q^2 = 2k^2$, donc q est pair aussi. Les entiers p et q sont tous deux pairs : la fraction n'était pas irréductible, ce qui est absurde. $\square$



Le nombre $\sqrt{2}$ existe bel et bien : c'est la longueur de la diagonale d'un carré de côté 1, donc un point précis de la droite graduée. Le nombre π est aussi irrationnel (résultat admis).



Attention

Une calculatrice affiche **1,41421356** pour $\sqrt{2}$: c'est une valeur **approchée**, pas le nombre lui-même. Dans un calcul, on garde le symbole $\sqrt{2}$ le plus longtemps possible.

3. Puissances

Pour $a \neq 0$ et n entier, a^n est le produit de n facteurs égaux à a , $a^0 = 1$ et $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$. Par exemple $2^{-3} = \frac{1}{8}$.



Règles de calcul

Pour a et b non nuls, m et n entiers relatifs :

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (a^m)^n = a^{mn} \quad (ab)^n = a^n b^n$$



Exemple

Simplifier $A = \frac{3^5 \times 3^{-2}}{3^4}$. On regroupe en haut : $3^5 \times 3^{-2} = 3^3$. Puis

$$A = \frac{3^3}{3^4} = 3^{3-4} = 3^{-1} = \frac{1}{3}.$$

4. Racines carrées

D Racine carrée

Pour $a \geq 0$, $\sqrt{a}$ est l'unique nombre **positif** dont le carré vaut a . Donc $(\sqrt{a})^2 = a$, et $\sqrt{a^2} = |a|$ pour tout réel a .

P Règles

Pour $a \geq 0$ et $b > 0$: $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ et $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

⚠ Erreur classique

En général $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$: $\sqrt{9+16} = 5$ alors que $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 7$.

M Méthode : simplifier une racine

1. Cherche le plus grand carré parfait qui divise le nombre sous la racine.
2. Écris le nombre comme produit de ce carré et d'un entier.
3. Sépare avec $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ et calcule la racine du carré parfait.

E**Exemple**

$\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}$. Ensuite, pour $B = \sqrt{48} - 2\sqrt{12} + \sqrt{75} : \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$,
 $2\sqrt{12} = 4\sqrt{3}$ et $\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$, d'où $B = 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$.

!**Astuce de Zyro**

Sur ma planète, on dit qu'un dénominateur avec une racine est « mal rangé » ! Pour le ranger, multiplie en haut et en bas par cette racine : $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

5. Intervalles de R

Un **intervalle** est un ensemble de réels « sans trou » compris entre deux bornes. Le crochet est tourné vers l'intérieur quand la borne est **incluse**, vers l'extérieur quand elle est **exclue**. Les bornes $+\infty$ et $-\infty$ ne sont jamais incluses.

Inégalité	Intervalle	Borne(s)
$a \leq x \leq b$	$[a ; b]$	incluses
$a < x < b$	$]a ; b[$	exclues
$a \leq x < b$	$[a ; b[$	a incluse, b exclue
$x \geq a$	$[a ; +\infty[$	a incluse
$x < b$	$] -\infty ; b[$	b exclue



La figure représente $[-2; 3[$: on trouve -2 dans l'intervalle mais pas 3 . Deux intervalles se combinent : l'**intersection** $\cap$ garde les réels communs, la **réunion** $\cup$ garde ceux qui sont dans l'un au moins.

E Exemple

Soit $I = [-3; 2[$ et $J =]0; 5]$. Les réels communs sont ceux qui sont plus grands que 0 (exclu) et plus petits que 2 (exclu) : $I \cap J =]0; 2[$. Tout réel de -3 à 5 est dans l'un des deux, donc $I \cup J = [-3; 5]$.

6. Valeur absolue et distance

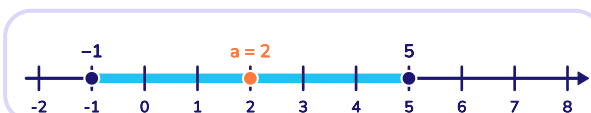
D Valeur absolue

La valeur absolue d'un réel x , notée $|x|$, vaut x si $x \geq 0$ et $-x$ si $x \leq 0$. C'est la **distance de x à 0** . Plus généralement, la distance entre deux réels a et b est $|a - b| = |b - a|$.

Ainsi $|-4,5| = 4,5$ et la distance entre -3 et 8 est $|8 - (-3)| = 11$.

P Propriétés (avec $r > 0$)

- $|x - a| = r \iff x = a - r \text{ ou } x = a + r$;
- $|x - a| \leq r \iff a - r \leq x \leq a + r \iff x \in [a - r; a + r]$;
- $|x - a| > r \iff x \in]-\infty; a - r[\cup]a + r; +\infty[$.

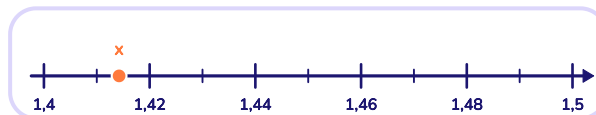


E**Exemple**

Résoudre $|x - 2| \leq 3$: les réels x situés à une distance de **2** au plus égale à **3** vont de $2 - 3 = -1$ à $2 + 3 = 5$. L'ensemble des solutions est $[-1; 5]$, comme sur la figure.

7. Encadrements et arrondis

Encadrer un nombre x , c'est trouver deux nombres m et M avec $m \leq x \leq M$. L'**amplitude** de l'encadrement est $M - m$: plus elle est petite, plus l'encadrement est précis. Pour $\sqrt{2}$: $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$, d'amplitude **0,01**.

**D****Troncature et arrondi**

La **troncature** à 10^{-n} coupe l'écriture après le n -ième chiffre. L'**arrondi** choisit la valeur à 10^{-n} la plus proche : on augmente le dernier chiffre conservé si le chiffre suivant est **5** ou plus.

E**Exemple**

Pour $\frac{17}{7} = 2,428571\dots$: l'encadrement au centième est $2,42 < \frac{17}{7} < 2,43$; la troncature au centième est **2,42**, l'arrondi au centième est **2,43** car le chiffre suivant est **8**.



Attention

N'arrondis jamais un résultat intermédiaire : les erreurs s'accumulent. Garde la valeur exacte et arrondis uniquement la réponse finale.

8. Écriture scientifique



Écriture scientifique

Un nombre décimal non nul positif s'écrit sous forme scientifique $a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$ et $n \in \mathbb{Z}$.

Ainsi $4\,520\,000 = 4,52 \times 10^6$ et $0,000038 = 3,8 \times 10^{-5}$. Pour comparer deux nombres en écriture scientifique, on compare d'abord les exposants, puis les facteurs a . L'exposant donne l'ordre de grandeur.



Exemple

Calculer $(6 \times 10^5) \times (7 \times 10^{-9})$. On multiplie les facteurs et on ajoute les exposants : 42×10^{-4} . Comme 42 n'est pas entre 1 et 10 , on écrit $42 = 4,2 \times 10$, d'où le résultat $4,2 \times 10^{-3}$.

À retenir

- $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$; $\sqrt{2}$ et π sont irrationnels.
- $a^m a^n = a^{m+n}$, $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, $(a^m)^n = a^{mn}$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.
- $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ mais $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$.
- Crochet vers l'intérieur : borne incluse ; ∞ toujours exclu.
- $|x - a| \leq r \iff x \in [a - r ; a + r]$; $|a - b|$ est la distance entre a et b .
- On encadre sans arrondir en route ; écriture scientifique : $a \times 10^n$, $1 \leq a < 10$.

Le livre de cours de maths 2de

Tout le programme en un seul PDF de 99 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Zyro te conseille la suite

Exercices de maths

Nombres et calculs : exercices de maths
2de

Contrôles de maths

Nombres et calculs : contrôle de maths
2de

 QCM de maths

Nombres et calculs : QCM de maths 2de

 Exercices de maths

Nombres et ensembles de nombres :
exercices de maths 2de

 Exercices de maths

Calcul littéral et identités : exercices de
maths 2de

 Contrôles de maths

Nombres et ensembles de nombres :
contrôle de maths 2de

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage