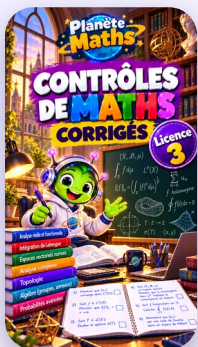


# Mesure et intégrale de Lebesgue : contrôle de maths Licence L3 à télécharger en PDF



## Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L3

Tout le programme en un seul PDF de 52 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice autorisée seulement quand l'énoncé le précise.

### 1 Tribus et mesures

/ 3 pts

Soit  $X = \{a, b, c, d, e\}$ . (a) Déterminer la tribu  $\mathcal{A}$  engendrée par  $\{\{a\}, \{b, c\}\}$  : donner ses « atomes » et son nombre d'éléments. (b) Soit  $\mu = 4\delta_a + \delta_b + 3\delta_e$ . Calculer  $\mu(\{b, c\})$ ,  $\mu(\{d, e\})$  et  $\mu(X)$ .

### 2 Mesure de Lebesgue et ensembles de Cantor

/ 4 pts

Soit  $K_0 = [0, 1]$ . À chaque étape, on retire de chaque intervalle son cinquième central ouvert (de longueur le cinquième de celle de l'intervalle). (a) Calculer  $\lambda(K_n)$  puis la mesure de  $K = \bigcap K_n$ . (b) Calculer  $\lambda(K_3)$ . (c) Calculer  $\lambda([0, 3] \setminus \mathbb{Z})$ .

### 3 Intégrale et ensembles négligeables

/ 4 pts

(a) Calculer  $\int f d\lambda$  pour  $f = 3 \cdot \mathbf{1}_{[0,2]} - \mathbf{1}_{[2,5]}$ . (b) Soit  $g = f$  sur  $[0, 5] \setminus \mathbb{Q}$  et  $g = 10$  sur  $\mathbb{Q} \cap [0, 5]$ . Justifier que  $g$  est mesurable et calculer  $\int g d\lambda$ .

### 4 Convergence monotone

/ 4 pts

On pose  $f_n(x) = x^{-1/4} \mathbf{1}_{[1/n, 1]}(x)$  sur  $]0, 1]$ . (a) Montrer que  $(f_n)$  est croissante et déterminer sa limite. (b) Calculer  $\int f_n d\lambda$ . (c) En déduire  $\int_{]0, 1]} x^{-1/4} d\lambda$ .

### 5 Convergence dominée

/ 3 pts

Déterminer  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{+\infty} e^{-3x} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n dx$  en précisant la fonction dominante.

### 6 Lemme de Fatou

/ 2 pts

Soit  $f_n = \mathbf{1}_{[n, n+2]}$ . Calculer  $\int f_n$  et  $\int \liminf f_n$ , puis conclure sur l'inégalité de Fatou et sur la convergence dominée.

#### Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L3

Tout le programme en un seul PDF de 52 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

 Zyro te conseille la suite

 **Corrigés de contrôles de maths**

Mesure et intégrale de Lebesgue :  
corrigé du contrôle de maths Licence L3

 **Cours de maths**

Mesure et intégrale de Lebesgue : cours  
de maths Licence L3

 **Exercices de maths**

Mesure et intégrale de Lebesgue :  
exercices de maths Licence L3

 **Corrigés de contrôles de maths**

Intégrales à paramètres et Fubini :  
corrigé du contrôle de maths Licence L3

 **Corrigés de contrôles de maths**

Espaces  $L_p$  et espaces de Hilbert :  
corrigé du contrôle de maths Licence L3

 **Cours de maths**

Intégrales à paramètres et Fubini : cours  
de maths Licence L3

## Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage