

Matrices et déterminants : corrigé du contrôle de maths Maths Sup à télécharger en PDF



Le livre de contrôles corrigés de maths Maths Sup

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigé du contrôle avec le barème détaillé. Compte tes points et repère ce qu'il faut revoir.

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice autorisée seulement quand l'énoncé le précise.

1 Calcul matriciel

/ 3 pts

$$AB = \begin{pmatrix} 2 - 1 - 2 & 0 + 2 + 8 \\ 0 + 3 - 1 & 0 - 6 + 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 10 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} (1 \text{ pt}).$$

$$BA = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 1 & -7 & 0 \\ -1 & 13 & 2 \end{pmatrix} (1 \text{ pt}).$$

$\text{tr}(AB) = -3$ et $\text{tr}(BA) = 2 - 7 + 2 = -3$: elles sont égales (1 pt).

2 Pivot de Gauss

/ 4 pts

$$L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1 : -3y + z = -3 \text{ (1 pt)}. L_3 \leftarrow L_3 - 3L_1 : -y - 4z = -14 \text{ (1 pt)}.$$

De la première, $z = 3y - 3$; en reportant, $-y - 12y + 12 = -14$, donc $y = 2$ puis $z = 3$ (1 pt), et $x = 6 - 2 - 3 = 1$.

Solution : $(1, 2, 3)$. Le système a trois pivots, son rang est **3** (1 pt).

3 Déterminant à paramètre

/ 4 pts

a. Règle de Sarrus : termes positifs $1 \cdot a \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot a + a \cdot 1 \cdot 1 = 3a$ et négatifs $a \cdot a \cdot a + 1 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 1 = a^3 + 2$. Donc

$$\det M(a) = 3a - a^3 - 2 = -(a^3 - 3a + 2) = -(a - 1)^2(a + 2) \text{ (2 pts)}.$$

b. Non inversible $\iff \det M(a) = 0 \iff a = 1$ ou $a = -2$ (1 pt).

c. $M(1)$ a toutes ses entrées égales à 1 : rang 1. $M(-2)$ a ses trois lignes de somme nulle ($L_1 + L_2 + L_3 = 0$) mais deux lignes non proportionnelles : rang 2 (1 pt).

4 Application sur les polynômes

/ 3 pts

a. $f(1) = 1$, $f(X) = X + 1$, $f(X^2) = X^2 + 2X$. Donc $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (2 pts).

b. M est triangulaire de déterminant $1 \neq 0$: elle est inversible, donc f est bijective (1 pt).

5 Changement de base

/ 3 pts

a. $P^2 = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = 5I_2$, donc $P^{-1} = \frac{1}{5}P$ (1 pt). Puis $AP = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$ et $\frac{1}{5}P(AP) = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 0 & -15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ (1 pt).

b. $A^3 = PD^3P^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 16 & -27 \\ 8 & 54 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 14 \\ 14 & -20 \end{pmatrix}$ (1 pt).

6 Trace et similitude

/ 3 pts

a. $\text{tr}(AB) = \sum_i \sum_k a_{ik} b_{ki} = \sum_k \sum_i b_{ki} a_{ik} = \text{tr}(BA)$ (1 pt).

b. Si $B = P^{-1}AP$, alors $\text{tr}(B) = \text{tr}((P^{-1}A)P) = \text{tr}(P(P^{-1}A)) = \text{tr}(A)$ (1 pt).

c. Non : $P^{-1}I_2P = I_2$ pour tout P inversible, donc la seule matrice semblable à I_2 est I_2 (1 pt). Ici les traces et les déterminants sont égaux, mais cela ne suffit pas à conclure à la similitude.

Le livre de contrôles corrigés de maths Maths Sup

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

 **Zyro te conseille la suite**



Contrôles de maths

Matrices et déterminants : contrôle de maths Maths Sup



Cours de maths

Matrices et déterminants : cours de maths Maths Sup



QCM de maths

Matrices et déterminants : QCM de maths Maths Sup



Contrôles de maths

Dénombrement et probabilités : contrôle de maths Maths Sup



Contrôles de maths

Logique et raisonnement : contrôle de maths Maths Sup



Cours de maths

Dénombrement et probabilités : cours de maths Maths Sup

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage