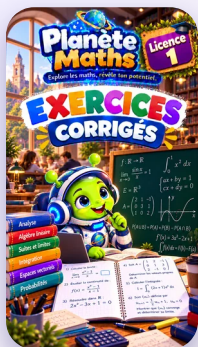


Logique et ensembles : exercices de maths Licence L1 à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Licence L1

Tout le programme en un seul PDF de 123 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

22 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

1 Nier une phrase quantifiée

★☆☆

Écrire la négation de chacune des propositions suivantes, puis dire laquelle des deux (proposition ou négation) est vraie.

- a. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$.
- b. $\exists n \in \mathbb{N}, 2n + 1 = 100$.
- c. $\forall x \in [0, 1], x^2 \leq x$.

2 Table de vérité de l'implication

★☆☆

Dresser la table de vérité de $P \Rightarrow Q$, de $\neg P \vee Q$ et de $\neg Q \Rightarrow \neg P$. Que constate-t-on ?

3 Vrai ou faux avec quantificateurs



Dire si chaque proposition est vraie ou fausse en justifiant (contre-exemple ou preuve).

- a. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq x$.
- b. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = x$.
- c. $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 + n$ est pair.

4 Opérations sur des ensembles de diviseurs



Soit A l'ensemble des diviseurs de **24** et B celui des diviseurs de **36**, dans $\mathbb{N}^*$. Écrire A , B , $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$ et $B \setminus A$.

5 Couples et produit cartésien



Soit $E = \{1, 2, 3\}$ et $F = \{x, y\}$.

- a. Écrire tous les éléments de $E \times F$, puis de $F \times E$.
- b. Combien d'éléments ont $E \times F$ et $E \times E$?
- c. A-t-on $E \times F = F \times E$?

6 Contraposée et réciproque



Pour chaque implication, écrire la contraposée et la réciproque, puis dire si la réciproque est vraie.

- a. « Si un quadrilatère est un carré, alors ses quatre côtés sont égaux. »
- b. « Si n est un multiple de **10**, alors n est un multiple de **5**. »

7 Somme des premiers nombres impairs



Démontrer par récurrence que, pour tout $n \geq 1$, $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$.

8 Les parties d'un ensemble à trois éléments



Soit $E = \{a, b, c\}$.

- Écrire toutes les parties de E , rangées par nombre d'éléments.
- Combien de parties possède un ensemble de 5 éléments ?
- Les affirmations $a \in \mathcal{P}(E)$ et $\{a\} \in \mathcal{P}(E)$ sont-elles vraies ?

9 Inclusion-exclusion dans un club



Dans un club sportif de 40 adhérents, 25 pratiquent le football, 18 le basket et 6 ne pratiquent aucun de ces deux sports. Combien d'adhérents font à la fois du football et du basket ? Combien ne font que du football ?

10 Lois de De Morgan sur un exemple



Dans $E = \{1, 2, \dots, 10\}$, soit A l'ensemble des nombres pairs et B celui des multiples de 3. Vérifier que $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ et que $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

11 Congruence modulo 5



Sur $\mathbb{Z}$, on pose $x \sim y$ si 5 divise $x - y$.

- Montrer que $\sim$ est une relation d'équivalence.
- Écrire quelques éléments de la classe de 3. Combien de classes y a-t-il ?
- Les entiers 17 et 2 sont-ils en relation ? et -4 et 1 ?

12 Contraposée avec la parité



Démontrer, en passant par la contraposée, que pour tout entier n : si $3n + 2$ est impair, alors n est impair.

13 Une contraposée sur une somme



Soit a et b deux entiers. Montrer que si $a + b \geq 101$, alors $a \geq 51$ ou $b \geq 51$.

14 Une inégalité par récurrence



Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $3^n \geq 2n + 1$.

15 L'ordre des quantificateurs



On considère les deux propositions :

$P_1 : \forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, y > x + 3$ et $P_2 : \exists y \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}, y > x + 3$.

Déterminer laquelle est vraie, justifier, et écrire la négation de l'autre.

16 Irrationalité de racine de 3



Démontrer par l'absurde que $\sqrt{3}$ est irrationnel. On pourra utiliser que, si 3 divise p^2 , alors 3 divise p .

17 Divisibilité par 7



Montrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, 7 divise $8^n - 1$.

18 Une équivalence sur les couples d'entiers



Sur $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$, on pose $(a, b) \sim (c, d)$ si $a + d = b + c$.

- Montrer que $\sim$ est une relation d'équivalence.
- Vérifier que $(3, 1) \sim (5, 3)$, puis décrire la classe de $(3, 1)$.
- Quelle est la classe de $(0, 0)$?

19 Un ordre partiel sur les diviseurs de 30



Soit $D = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$ l'ensemble des diviseurs de 30, ordonné par la divisibilité.

- Montrer que la divisibilité est une relation d'ordre sur $\mathbb{N}^*$.
- Quels sont le plus petit et le plus grand élément de D ?
- L'ordre est-il total ? Quels sont les éléments maximaux de $D \setminus \{30\}$?
- Représenter le diagramme de Hasse.

20 L'ordre lexicographique



Sur $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$, on définit $(a, b) \preceq (c, d)$ si $a < c$, ou bien $a = c$ et $b \leq d$.

- Ranger dans l'ordre $(2, 5), (1, 8), (2, 1), (1, 3)$.
- Montrer que $\preceq$ est une relation d'ordre total.

21 Suite à deux pas et récurrence forte



La suite (u_n) est définie par $u_0 = 1, u_1 = 3$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n$.

Calculer u_2 et u_3 , conjecturer une formule pour u_n , puis la démontrer par récurrence forte.

22 Suite non bornée



Une suite (u_n) est bornée si $\exists M \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}, |u_n| \leq M$.

- Écrire la négation de cette définition.
- Montrer que la suite définie par $u_n = (-1)^n n$ n'est pas bornée.
- La suite $v_n = (-1)^n$ est-elle bornée ?

Le livre d'exercices corrigés de maths Licence L1

Tout le programme en un seul PDF de 123 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

Zyro te conseille la suite

Exercices corrigés de maths

Logique et ensembles : exercices corrigés de maths Licence L1

Cours de maths

Logique et ensembles : cours de maths Licence L1

 QCM de maths

Logique et ensembles : QCM de maths
Licence L1

 Exercices corrigés de maths

Applications et dénombrement :
exercices corrigés de maths Licence L1

 Exercices corrigés de maths

Nombres réels et suites : exercices
corrigés de maths Licence L1

 Cours de maths

Applications et dénombrement : cours de
maths Licence L1

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage