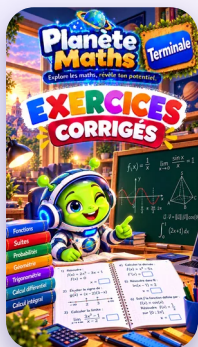


Fonction logarithme népérien : exercices corrigés de maths Terminale à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Terminale

Tout le programme en un seul PDF de 148 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigés rédigés des exercices du chapitre. Vérifie chaque étape, puis corrige-toi.

1 Valeurs remarquables



$$\ln 1 = 0 ; \ln e = 1 ; \ln(e^5) = 5 ; \ln \frac{1}{e} = \ln(e^{-1}) = -1 ; e^{\ln 7} = 7 ; e^{-\ln 2} = \frac{1}{e^{\ln 2}} = \frac{1}{2}.$$

2 Ensembles de définition



a. $3x - 6 > 0 \iff x > 2 : D_f =]2 ; +\infty[.$

b. $5 - x > 0 \iff x < 5 : D_g =]-\infty ; 5[.$

c. $x^2 + 1 \geq 1 > 0$ pour tout $x : D_h = \mathbb{R}.$

d. $x^2 - 9 > 0 \iff (x - 3)(x + 3) > 0 \iff x < -3 \text{ ou } x > 3 : D_k =]-\infty ; -3[\cup]3 ; +\infty[.$

3 Exprimer avec $\ln 2$ et $\ln 3$



$$\ln 6 = \ln(2 \times 3) = a + b. \ln 12 = \ln(2^2 \times 3) = 2a + b. \ln \frac{3}{4} = \ln 3 - \ln 2^2 = b - 2a.$$

$$\ln 72 = \ln(2^3 \times 3^2) = 3a + 2b. \ln \sqrt{18} = \frac{1}{2} \ln(2 \times 3^2) = \frac{1}{2}(a + 2b) = \frac{a}{2} + b.$$

4 Écrire avec un seul logarithme



$$A = \ln \frac{50}{2} = \ln 25 = 2 \ln 5. B = \ln \left(8 \times \frac{1}{4}\right) = \ln 2. C = \ln 8 + \ln 5 = \ln 40.$$

$$D = e^{\ln 9} = 9 \text{ car } 2 \ln 3 = \ln 9.$$

5 Équations élémentaires



(a) $x = e^2$. (b) $x = e^{-1} = \frac{1}{e}$. (c) $2x = e^0 = 1$, donc $x = \frac{1}{2}$. (d) Condition $x > 1$;

$x - 1 = e^3$, donc $x = 1 + e^3$, qui convient.

6 Premières dérivées



$$f'(x) = \frac{3}{x} - 2. g'(x) = \ln x + x \times \frac{1}{x} - 1 = \ln x. h'(x) = \frac{2}{2x+1}.$$

$$k'(x) = 2 \times \frac{1}{x} \times \ln x = \frac{2 \ln x}{x}.$$

7 Signe de $\ln$



(a) $x > 1$. (b) $0 < x \leq 1$. (c) $\ln x \geq \ln e$ donc $x \geq e$. (d) $\ln x < -2 \iff x < e^{-2}$, soit $0 < x < e^{-2}$.

8 Vrai ou faux ?



- a. Vrai : $\ln 3 + \ln 4 = \ln(3 \times 4)$.
- b. Faux : $\ln 7 \neq \ln 10$, puisque $\ln$ est injective et $7 \neq 10$.
- c. Vrai : $\ln(3^2) = 2 \ln 3$.
- d. Faux : pour $x = -1$, $\ln(x^2) = \ln 1 = 0$ mais $\ln x$ n'existe pas. Pour $x < 0$, on a $\ln(x^2) = 2 \ln |x|$.
- e. Faux : avec $a = e^2$ et $b = e$, le quotient vaut 2 mais la différence vaut 1.

9 Une équation à deux logarithmes



Conditions : $x > 2$ et $x > -1$, donc $x > 2$.

L'équation équivaut à $(x - 2)(x + 1) = 4$, soit $x^2 - x - 6 = 0$, de discriminant $1 + 24 = 25$ et de racines 3 et -2.

Seule 3 vérifie $x > 2$: $S = \{3\}$. Vérification : $\ln 1 + \ln 4 = \ln 4$.

10 Une équation du second degré en $\ln x$



Avec $X = \ln x$ ($x > 0$) : $X^2 - 3X + 2 = 0$, soit $(X - 1)(X - 2) = 0$, donc $X = 1$ ou $X = 2$.

Ainsi $\ln x = 1$ ou $\ln x = 2$, c'est-à-dire $x = e$ ou $x = e^2$. $S = \{e; e^2\}$.

11 Comparer deux logarithmes



Conditions : $3 - x > 0$ et $x + 1 > 0$, soit $-1 < x < 3$.

$\ln$ étant strictement croissante, l'inéquation équivaut à $3 - x > x + 1$, soit $x < 1$.

En croisant avec la condition : $S =]-1; 1[$.

12 Variations de $\ln(x^2 + 1)$



(a) $x^2 + 1 \geq 1 > 0$ pour tout réel x , donc $D_f = \mathbb{R}$.

(b) $f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$, du signe de x . f décroît sur $] -\infty ; 0]$ et croît sur $[0 ; +\infty[$, avec $f(0) = \ln 1 = 0$: c'est le minimum.

(c) $x^2 + 1 \rightarrow +\infty$ et $\ln u \rightarrow +\infty$ quand $u \rightarrow +\infty$: la limite est $+\infty$.

13 Quatre limites



(a) $\frac{\ln x}{x^2} = \frac{\ln x}{x} \times \frac{1}{x} \rightarrow 0 \times 0 = 0$.

(b) $x^2 \ln x = x \times (x \ln x) \rightarrow 0 \times 0 = 0$ (croissances comparées).

(c) $x - 3 \ln x = x \left(1 - 3 \frac{\ln x}{x} \right) \rightarrow +\infty$.

(d) $\ln x \rightarrow -\infty$ et $\frac{1}{x} \rightarrow +\infty$: le produit tend vers $-\infty$.

14 Un stock qui s'épuise



Après n semaines, le stock est $800 \times 0,94^n$.

$800 \times 0,94^n < 300 \iff 0,94^n < 0,375 \iff n \ln 0,94 < \ln 0,375$. Comme $\ln 0,94 < 0$, on change le sens : $n > \frac{\ln 0,375}{\ln 0,94} \approx 15,85$.

Le stock passe sous 300 kg à partir de la 16^e semaine ($800 \times 0,94^{15} \approx 316$ kg et $800 \times 0,94^{16} \approx 297$ kg).

15 Une inégalité fondamentale

★★★

(a) $f'(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$, du signe de $x-1$. f décroît sur $]0; 1]$ et croît sur $[1; +\infty[$, avec $f(1) = 1 - 1 - 0 = 0$.

Limite en 0^+ : $-\ln x \rightarrow +\infty$ et $x-1 \rightarrow -1$, donc $f \rightarrow +\infty$. Limite en $+\infty$:

$$f(x) = x \left(1 - \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x} \right) \rightarrow +\infty.$$

(b) Le minimum de f est 0, donc $f(x) \geq 0$, c'est-à-dire $\ln x \leq x-1$, avec égalité seulement en $x=1$.

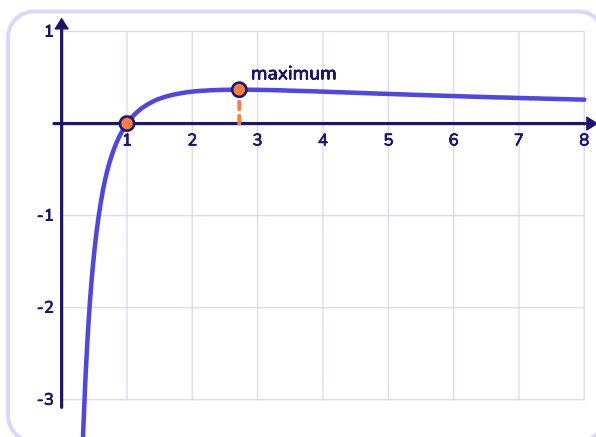
16 La courbe de $\ln x / x$

★★★

(a) Avec $u = \ln x$ et $v = x$: $f' = \frac{\frac{1}{x} \times x - \ln x \times 1}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}$.

(b) $f'(x) > 0 \iff \ln x < 1 \iff x < e$. Donc f croît sur $]0; e]$ de $-\infty$ à $f(e) = \frac{1}{e} \approx 0,37$, puis décroît sur $[e; +\infty[$ vers 0 (croissances comparées). Limite en 0^+ : $\ln x \rightarrow -\infty$ et $\frac{1}{x} \rightarrow +\infty$, donc $-\infty$.

(c) $f(x) = 0 \iff \ln x = 0 \iff x = 1$. $f(x) > 0 \iff \ln x > 0 \iff x > 1$.



17 Une inéquation avec $(\ln x)^2$

★★★★

Posons $X = \ln x$. Alors $X^2 - X - 2 = (X - 2)(X + 1) \geq 0$, donc $X \leq -1$ ou $X \geq 2$ (trinôme positif à l'extérieur des racines).

Donc $\ln x \leq -1$ ou $\ln x \geq 2$, c'est-à-dire $0 < x \leq e^{-1}$ ou $x \geq e^2$.

$$S = \left] 0; \frac{1}{e} \right] \cup [e^2; +\infty[.$$

18 π puissance e contre e puissance π

★★★★

(a) $\ln e = 1$ et $\ln'(e) = \frac{1}{e} : T : y = 1 + \frac{1}{e}(x - e) = \frac{x}{e}$.

(b) $\ln$ est concave ($\ln'' = -\frac{1}{x^2} < 0$), donc sa courbe est sous ses tangentes : $\ln x \leq \frac{x}{e}$, avec égalité seulement en $x = e$.

(c) Pour $x = \pi \neq e$: $\ln \pi < \frac{\pi}{e}$, donc $e \ln \pi < \pi$, soit $\ln(\pi^e) < \ln(e^\pi)$. Par croissance de $\ln$: $\pi^e < e^\pi$. (En effet, $\pi^e \approx 22,46$ et $e^\pi \approx 23,14$.)

19 Combien de chiffres ?

★★★★

Un entier N a $\lfloor \log N \rfloor + 1$ chiffres.

$\log(2^{100}) = 100 \log 2 \approx 30,103$: la partie entière est **30**, donc 2^{100} a **31** chiffres.

$\log(7^{50}) = 50 \log 7 \approx 42,255$: la partie entière est **42**, donc 7^{50} a **43** chiffres.

20 Doubler son capital

★★★★

Le capital est multiplié par $1,03^n$ en n ans. Il double si $1,03^n \geq 2$, soit

$$n \geq \frac{\ln 2}{\ln 1,03} \approx 23,45.$$

Au bout de **20** ans, le coefficient est $1,03^{20} \approx 1,806 < 2$: non, il ne double pas. Le nombre minimal d'années est **24** (car $1,03^{23} \approx 1,974 < 2$ et $1,03^{24} \approx 2,033 > 2$).

Le livre d'exercices corrigés de maths Terminale

Tout le programme en un seul PDF de 148 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre



Entraîne-toi : défi express de Terminale

Changer de niveau

Niveau : **Terminale**

6 questions au hasard, correction tout de suite.



Lancer le défi



Zyro te conseille la suite



Exercices de maths

Fonction logarithme népérien : exercices de maths Terminale



QCM de maths

Fonction logarithme népérien : QCM de maths Terminale



Contrôles de maths

Fonction logarithme népérien : contrôle de maths Terminale



Exercices de maths

Primitives et équations différentielles : exercices de maths Terminale



Exercices de maths

Calcul intégral : exercices de maths Terminale



QCM de maths

Primitives et équations différentielles : QCM de maths Terminale

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage