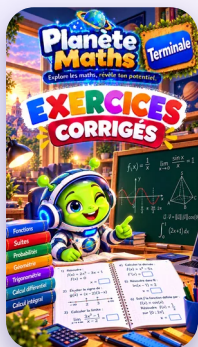


Limites de fonctions : exercices corrigés de maths Terminale à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Terminale

Tout le programme en un seul PDF de 148 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigés rédigés des exercices du chapitre. Vérifie chaque étape, puis corrige-toi.

1 Limites de référence



a) $+\infty$. b) 0 . c) $+\infty$. d) $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$ et $e^x \rightarrow +\infty$, donc la limite vaut 0 .

2 Vrai ou faux



- a. Faux : un carré est positif, et $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$.
- b. Vrai : $|x|$ devient très grand, donc $\frac{1}{x}$ se rapproche de 0 .
- c. Vrai : x est petit et positif, donc $\frac{1}{x}$ est très grand et positif.
- d. Faux : e^x tend vers $+\infty$; c'est en $-\infty$ que la limite vaut 0 .

3 Polynômes en l'infini



- a. On factorise le terme dominant : $4x^3 - 5x^2 + 2 = x^3 \left(4 - \frac{5}{x} + \frac{2}{x^3}\right)$. La parenthèse tend vers 4 et $x^3 \rightarrow +\infty$, donc la limite vaut $+\infty$.
- b. $-2x^2 + 7x = x^2 \left(-2 + \frac{7}{x}\right)$: la parenthèse tend vers -2 , $x^2 \rightarrow +\infty$, donc la limite vaut $-\infty$.

4 Quotients en $+\infty$



- a. Le dénominateur tend vers $+\infty$, donc le quotient tend vers 0.
- b. On divise numérateur et dénominateur par x^2 : $\frac{6 - \frac{1}{x^2}}{3 + \frac{2}{x^2}} \rightarrow \frac{6}{3} = 2$.

5 Lecture graphique



- a. La courbe monte le long de la droite $x = 2$ des deux côtés : les deux limites valent $+\infty$.
- b. La courbe se rapproche de la droite $y = 1$ à droite et à gauche : les deux limites valent 1.
- c. Asymptote verticale $x = 2$; asymptote horizontale $y = 1$ (en $+\infty$ et en $-\infty$).

6 Limites en un point



- a. $x - 2 \rightarrow 0^+$, donc la limite vaut $+\infty$.
- b. $x - 2 \rightarrow 0^-$, donc la limite vaut $-\infty$.
- c. C'est un polynôme : on remplace, $2 - 3 + 5 = 4$.

7 Deux asymptotes



En $+\infty$: $f(x) = \frac{4 - \frac{3}{x}}{1 + \frac{2}{x}} \rightarrow 4$. En -2^+ : le numérateur tend vers

$4 \times (-2) - 3 = -11 < 0$ et $x + 2 \rightarrow 0^+$, donc $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$.

La courbe admet l'asymptote horizontale $y = 4$ et l'asymptote verticale $x = -2$.

8 Un polynôme de degré 3



Sans transformation, on obtient $+\infty - \infty$ en $+\infty$: forme indéterminée. On factorise :

$$f(x) = x^3 \left(1 - \frac{6}{x}\right).$$

En $+\infty$: $x^3 \rightarrow +\infty$ et la parenthèse tend vers 1, donc $f \rightarrow +\infty$. En $-\infty$: $x^3 \rightarrow -\infty$ et la parenthèse tend vers 1, donc $f \rightarrow -\infty$.

9 Degrés différents



a. On factorise : $\frac{x^2(2 + \frac{3}{x^2})}{x^3(1 - \frac{1}{x^3})} = \frac{1}{x} \times \frac{2 + \frac{3}{x^2}}{1 - \frac{1}{x^3}}$. Le premier facteur tend vers 0, le second vers 2 : la limite vaut 0.

b. $\frac{x^3(5 - \frac{1}{x^2})}{x^2(1 + \frac{4}{x^2})} = x \times \frac{5 - \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{4}{x^2}}$. Le facteur x tend vers $+\infty$, la fraction vers 5 : la limite vaut $+\infty$.

10 Une forme 0/0



En 2, numérateur et dénominateur tendent vers 0 : forme indéterminée. On factorise :

$$x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2) \text{ et } x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1).$$

Pour $x \neq 2$, le quotient vaut $\frac{x + 2}{x + 1}$, qui tend vers $\frac{4}{3}$. La limite vaut donc $\frac{4}{3}$.

11 Quantité conjuguée



Forme $\infty - \infty$. On multiplie par la quantité conjuguée : $\sqrt{x^2 + 3x} - x = \frac{3x}{\sqrt{x^2 + 3x} + x}$.

Pour $x > 0$, on divise par x : $\frac{3}{\sqrt{1 + \frac{3}{x}} + 1} \rightarrow \frac{3}{2}$. La limite vaut $\frac{3}{2}$.

12 Croissances comparées



Ce sont les résultats de croissances comparées : a) $+\infty$; b) 0 ; c) 0 ; d) 0 .

Pour a), l'exponentielle l'emporte sur toute puissance ; pour b), c'est la puissance qui l'emporte sur le logarithme ; c) et d) sont les deux autres limites du cours.

13 Comparaison



a. Comme $\cos x \geq -1$, on a $x + \cos x \geq x - 1$. Or $x - 1 \rightarrow +\infty$: par comparaison, la limite vaut $+\infty$.

b. Pour $x > 0$, $-\frac{1}{x^2} \leq \frac{\sin x}{x^2} \leq \frac{1}{x^2}$. Les deux bornes tendent vers 0 : d'après le théorème des gendarmes, la limite vaut 0 .

14 Composées



a. $-x^2 + 3x = x(3 - x) \rightarrow -\infty$ et $e^y \rightarrow 0$ quand $y \rightarrow -\infty$: la limite vaut 0 .

b. $1 + \frac{1}{x} \rightarrow 1$ et $\ln y \rightarrow \ln 1 = 0$ quand $y \rightarrow 1$: la limite vaut 0 .

c. $4 + \frac{1}{x} \rightarrow 4$ et la racine est continue en 4 : la limite vaut 2 .

15 Une tasse de thé

★★★★

- a. $T(0) = 20 + 65 = 85$ °C. Comme $-0,1t \rightarrow -\infty$, $e^{-0,1t} \rightarrow 0$ donc $T(t) \rightarrow 20$. Le thé refroidit jusqu'à la température de la pièce, 20 °C.
- b. La droite $y = 20$ est asymptote horizontale à la courbe en $+\infty$.
- c. $T(t) < 21 \iff 65e^{-0,1t} < 1 \iff e^{-0,1t} < \frac{1}{65} \iff -0,1t < -\ln 65 \iff t > 42$. La température passe sous 21 °C à partir de la minute 42.

16 Un étang de poissons

★★★★

- a. $P(0) = \frac{800}{1+3} = 200$. Comme $e^{-0,5t} \rightarrow 0$, le dénominateur tend vers 1 et $P(t) \rightarrow 800$.
- b. Pour tout t , $1 + 3e^{-0,5t} > 1$, donc $\frac{800}{1 + 3e^{-0,5t}} < 800$. La capacité de l'étang n'est jamais atteinte, mais on s'en approche : $y = 800$ est une asymptote.
- c. $P(t) \geq 790 \iff 1 + 3e^{-0,5t} \leq \frac{80}{79} \iff e^{-0,5t} \leq \frac{1}{237} \iff t \geq 2 \ln 237 \approx 10,94$. L'étang compte au moins 790 poissons à partir de l'année 11 ($P(10) \approx 784$, $P(11) \approx 790,3$).

17 Étude complète d'une fraction

★★★★

- a. $f(x) = \frac{x^2(2 + \frac{1}{x})}{x^2(1 - \frac{4}{x^2})} = \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{4}{x^2}} \rightarrow 2$ en $+\infty$ comme en $-\infty$.
- b. En 2 : numérateur $\rightarrow 10 > 0$, dénominateur $(x-2)(x+2)$ a le signe de $x-2$ puisque $x+2 \rightarrow 4$. Donc $\lim_{x \rightarrow 2^+} f = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow 2^-} f = -\infty$. En -2 : numérateur $\rightarrow 6 > 0$, dénominateur $(x-2)(x+2)$ avec $x-2 \rightarrow -4$, donc de signe contraire à $x+2$. Ainsi $\lim_{x \rightarrow -2^+} f = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -2^-} f = +\infty$.
- c. La courbe a l'asymptote horizontale $y = 2$ et deux asymptotes verticales $x = 2$ et $x = -2$.

18 Gendarmes et fraction

★★★★

Pour tout x , $-1 \leq \sin(5x) \leq 1$, donc, comme $x^2 + 1 > 0$: $\frac{3x^2 - 1}{x^2 + 1} \leq f(x) \leq \frac{3x^2 + 1}{x^2 + 1}$.

On a $\frac{3x^2 - 1}{x^2 + 1} = \frac{3 - \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{1}{x^2}} \rightarrow 3$ et de même $\frac{3x^2 + 1}{x^2 + 1} \rightarrow 3$. D'après le théorème des gendarmes, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$.

19 Racine et limite en $-\infty$

★★★★

Forme $+\infty - \infty$. Conjugué : $\sqrt{x^2 + x + 1} + x = \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + x + 1} - x}$.

Pour $x < 0$, $\sqrt{x^2 + x + 1} = |x| \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} = -x \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}$. Le dénominateur vaut $-x \left(\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1 \right)$.

Donc l'expression vaut $-\frac{1 + \frac{1}{x}}{\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1}$, qui tend vers $-\frac{1}{2}$.

20 Changement de variable

★★★★

a. Avec $X = \sqrt{x} \rightarrow +\infty$, $x e^{-\sqrt{x}} = X^2 e^{-X} \rightarrow 0$ par croissances comparées.

b. $\frac{1}{x} \rightarrow +\infty$, donc $-\frac{1}{x} \rightarrow -\infty$ et $e^{-1/x} \rightarrow 0$.

c. Avec $X = \frac{1}{x} \rightarrow +\infty$, $x e^{1/x} = \frac{e^X}{X} \rightarrow +\infty$ par croissances comparées.

Le livre d'exercices corrigés de maths Terminale

Tout le programme en un seul PDF de 148 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre



Entraîne-toi : défi express de Terminale

[Changer de niveau](#)

Niveau : **Terminale**

6 questions au hasard, correction tout de suite.



Lancer le défi



Zyro te conseille la suite



Exercices de maths

Limites de fonctions : exercices de maths
Terminale



QCM de maths

Limites de fonctions : QCM de maths
Terminale



Contrôles de maths



Exercices de maths

Limites de fonctions : contrôle de maths
Terminale

Continuité et théorème des valeurs
intermédiaires : exercices de maths
Terminale

 **Exercices de maths**

Dérivation et convexité : exercices de
maths Terminale

 **QCM de maths**

Continuité et théorème des valeurs
intermédiaires : QCM de maths
Terminale

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage