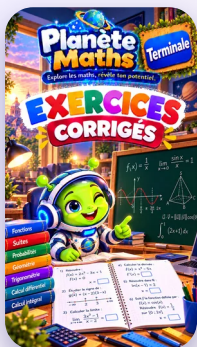


Calcul intégral : exercices corrigés de maths Terminale à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Terminale

Tout le programme en un seul PDF de 148 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigés rédigés des exercices du chapitre. Vérifie chaque étape, puis corrige-toi.

1 Aires simples



$\int_1^5 3 \, dx$: rectangle de base 4 et de hauteur 3, donc 12 u.a.

$\int_0^4 x \, dx$: triangle de base 4 et de hauteur 4, donc $\frac{4 \times 4}{2} = 8$.

$\int_{-2}^2 x \, dx$: deux triangles de même aire 2, l'un au-dessus de l'axe (+2), l'autre au-dessous (-2). La somme vaut 0.

2 Primitives usuelles



x^4 ; $5x$; $-\frac{1}{x}$; $\frac{1}{3}e^{3x}$; $\frac{1}{2}\sin(2x)$. On vérifie chaque fois en dérivant : par exemple $\left(\frac{1}{2}\sin(2x)\right)' = \cos(2x)$.

3 Trois intégrales de polynômes



$$A = \left[x^3 \right]_0^2 = 8.$$

$$B = \left[x^2 - 3x \right]_1^4 = (16 - 12) - (1 - 3) = 4 + 2 = 6.$$

$$C = \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^1 = \frac{1}{4}.$$

4 Inverse, exponentielle



$$\left[-\frac{1}{x} \right]_1^2 = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}.$$

$$\left[\ln x \right]_1^e = 1 - 0 = 1.$$

$$\left[e^x \right]_0^{\ln 2} = 2 - 1 = 1.$$

5 Chasles à compléter



Chasles : $\int_1^6 f = 7 + (-2) = 5.$

Bornes échangées : $\int_6^1 f = -5$ et $\int_4^1 f = -7.$

6 Linéarité



$$\int_0^1 (f + g) = 2 + 5 = 7 ; \int_0^1 4f = 4 \times 2 = 8 ; \int_0^1 (3f - g) = 3 \times 2 - 5 = 1.$$

7 Vrai ou faux ?



a. Vrai : c'est la positivité de l'intégrale.

b. Faux : $\left[\frac{x^2}{2} - x\right]_0^2 = 2 - 2 = 0$, mais la fonction est négative sur $[0; 1]$ et positive sur $[1; 2]$: les deux aires (égales à $\frac{1}{2}$) se compensent. L'aire totale vaut 1 u.a.

c. Faux : $\int_2^0 x \, dx = -\int_0^2 x \, dx = -2$.

8 Trigonométrie et exponentielle



$$A = \left[-\cos x\right]_0^\pi = 1 + 1 = 2.$$

$$B = \left[\frac{\sin(2x)}{2}\right]_0^{\pi/2} = \frac{\sin \pi - \sin 0}{2} = 0.$$

$$C = \left[\frac{e^{2x}}{2}\right]_0^1 = \frac{e^2 - 1}{2} \approx 3,19.$$

9 Reconnaître une dérivée composée



Première intégrale : $2x(x^2 + 1)^3 = u'u^3$ avec $u = x^2 + 1$, de primitive $\frac{u^4}{4}$. Donc

$$\left[\frac{(x^2 + 1)^4}{4}\right]_0^1 = \frac{16 - 1}{4} = \frac{15}{4}.$$

Seconde : $\frac{x}{x^2 + 1} = \frac{1}{2} \times \frac{2x}{x^2 + 1}$, de primitive $\frac{1}{2} \ln(x^2 + 1)$. Donc

$$\frac{1}{2}(\ln 2 - \ln 1) = \frac{\ln 2}{2} \approx 0,35.$$

10 Une serre à rénover



f est positive : $\mathcal{A} = \int_0^3 (x^2 + 1) \, dx = \left[\frac{x^3}{3} + x\right]_0^3 = 9 + 3 = 12$ u.a.

Une u.a. vaut $2 \times 1,5 = 3$ m², donc l'aire est $12 \times 3 = 36$ m².

11 Aire sous l'axe



$$\int_{-2}^2 (x^2 - 4) dx = \left[\frac{x^3}{3} - 4x \right]_{-2}^2 = \left(\frac{8}{3} - 8 \right) - \left(-\frac{8}{3} + 8 \right) = \frac{16}{3} - 16 = -\frac{32}{3}.$$

Sur $[-2; 2]$, $x^2 \leq 4$, donc $f \leq 0$. L'aire est $-\int_{-2}^2 f = \frac{32}{3}$ u.a.

12 Vitesse moyenne



$$\int_1^3 (3t^2 + 2) dt = \left[t^3 + 2t \right]_1^3 = (27 + 6) - (1 + 2) = 30.$$

La distance parcourue est 30 m, et la vitesse moyenne est $\mu = \frac{30}{3-1} = 15$ m/s.

13 Encadrer sans calculer



Pour $x \in [0; 1]$, $1 + x \geq 1$, donc $0 \leq \frac{x^3}{1+x} \leq x^3$.

Par croissance de l'intégrale (bornes $0 \leq 1$) : $0 \leq J \leq \int_0^1 x^3 dx = \frac{1}{4}$.

14 Première intégration par parties



On pose $u'(x) = e^x$, $v(x) = x + 1$: $u(x) = e^x$, $v'(x) = 1$.

$$K = \left[(x+1)e^x \right]_0^1 - \int_0^1 e^x dx = (2e - 1) - (e - 1) = e.$$

15 Droite et parabole



$g(x) - f(x) = 2x - x^2 = x(2 - x) \geq 0$ sur $[0; 2]$: la droite est au-dessus de la parabole.

$$\mathcal{A} = \int_0^2 (2x - x^2) dx = \left[x^2 - \frac{x^3}{3} \right]_0^2 = 4 - \frac{8}{3} = \frac{4}{3} \text{ u.a.}$$

16 Logarithme par parties

★★★

On pose $u'(x) = x$, $v(x) = \ln x$: $u(x) = \frac{x^2}{2}$, $v'(x) = \frac{1}{x}$.

$$L = \left[\frac{x^2}{2} \ln x \right]_1^e - \int_1^e \frac{x}{2} dx = \frac{e^2}{2} - \left[\frac{x^2}{4} \right]_1^e = \frac{e^2}{2} - \frac{e^2 - 1}{4} = \frac{e^2 + 1}{4} \approx 2,10.$$

17 Deux intégrations par parties

★★★

Première fois : $u' = e^x$, $v = x^2$: $M = \left[x^2 e^x \right]_0^1 - \int_0^1 2x e^x dx = e - 2 \int_0^1 x e^x dx$.

Seconde fois : $\int_0^1 x e^x dx = 1$ (voir le cours). Donc $M = e - 2 \approx 0,72$.

18 Une suite d'intégrales

★★★

a. $I_0 = \left[e^x \right]_0^1 = e - 1$.

b. On pose $u' = e^x$ et $v = x^{n+1}$:

$$I_{n+1} = \left[x^{n+1} e^x \right]_0^1 - (n+1) \int_0^1 x^n e^x dx = e - (n+1) I_n.$$

c. $I_1 = e - I_0 = 1$; $I_2 = e - 2I_1 = e - 2$; $I_3 = e - 3(e - 2) = 6 - 2e \approx 0,563$.

d. Sur $[0; 1]$, $x^n e^x \geq 0$, donc par positivité $I_n \geq 0$.

19 Courbes qui se croisent

★★★

$g(x) - f(x) = x - x^3 = x(1-x)(1+x)$. Sur $[0; 1]$ ce nombre est positif ; sur $[-1; 0]$ il est négatif. Les courbes se coupent en $-1, 0, 1$.

Par imparité de $x - x^3$, les deux morceaux ont la même aire :

$$\mathcal{A} = 2 \int_0^1 (x - x^3) dx = 2 \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} \right]_0^1 = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \text{ u.a.}$$

20 Concentration moyenne



Une primitive de C est $-8e^{-t/2}$. Donc $\int_0^2 C(t) dt = \left[-8e^{-t/2}\right]_0^2 = 8 - 8e^{-1}$.

La valeur moyenne est $\mu = \frac{1}{2}(8 - 8e^{-1}) = 4 - 4e^{-1} \approx 2,53$ mg/L.

21 Une primitive définie par une intégrale



a. $F(1) = 0$, et F est la primitive de $\ln$ qui s'annule en 1, donc $F'(x) = \ln x$.

b. Avec $u(t) = t$ et $v(t) = \ln t$:

$$F(x) = \left[t \ln t\right]_1^x - \int_1^x 1 dt = x \ln x - (x - 1) = x \ln x - x + 1.$$

c. $F'(x) = \ln x + x \times \frac{1}{x} - 1 = \ln x$, et $F(1) = 0 - 1 + 1 = 0$. Le résultat est cohérent.

Le livre d'exercices corrigés de maths Terminale

Tout le programme en un seul PDF de 148 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre



Entraîne-toi : défi express de Terminale

Changer de niveau

Niveau : Terminale

6 questions au hasard, correction tout de suite.



Lancer le défi

 Zyro te conseille la suite

 Exercices de maths

Calcul intégral : exercices de maths
Terminale

 QCM de maths

Calcul intégral : QCM de maths
Terminale

 Contrôles de maths

Calcul intégral : contrôle de maths
Terminale

 Exercices de maths

Fonctions trigonométriques : exercices
de maths Terminale

 Exercices de maths

 QCM de maths

Géométrie dans l'espace : exercices de maths Terminale

Fonctions trigonométriques : QCM de maths Terminale

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage