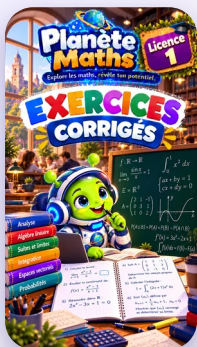


Intégration et primitives : exercices corrigés de maths Licence L1 à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Licence L1

Tout le programme en un seul PDF de 123 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigés rédigés des exercices du chapitre. Vérifie chaque étape, puis corrige-toi.

1 Un polynôme sous l'intégrale



Une primitive de $2x + 1$ est $x^2 + x$. Donc $I = [x^2 + x]_0^3 = (9 + 3) - 0 = 12$.

Réponse : $I = 12$.

2 Primitive et calcul



On intègre terme à terme : $F(x) = x^3 - 2x^2 + 5x$. Alors $F(2) = 8 - 8 + 10 = 10$ et $F(1) = 1 - 2 + 5 = 4$.

Réponse : $\int_1^2 f = 10 - 4 = 6$.

3 Sinus et cosinus



Une primitive est $-\cos x + \sin x$. En π : $1 + 0 = 1$. En 0 : $-1 + 0 = -1$.

Réponse : $1 - (-1) = 2$.

4 Exponentielle composée



Une primitive de e^{2x} est $\frac{e^{2x}}{2}$ (on dérive : $\frac{2e^{2x}}{2} = e^{2x}$).

Réponse : $\frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{e^2 - 1}{2}$.

5 Vrai ou faux : fonctions paires et impaires



a) Vrai. x^3 est impaire : $\left[\frac{x^4}{4}\right]_{-1}^1 = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0$.

b) Faux. $x^2 \geq 0$ et n'est pas nulle partout : $\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-1}^1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \neq 0$.

6 Aire sous une courbe



Comme $f > 0$, l'aire est $\int_0^2 (x^2 + 1) dx = \left[\frac{x^3}{3} + x\right]_0^2 = \frac{8}{3} + 2 = \frac{14}{3}$.

Réponse : $\frac{14}{3} \approx 4,67$ unités d'aire.

7 Distance et vitesse moyenne



Distance : $\int_0^3 t^2 dt = \left[\frac{t^3}{3}\right]_0^3 = 9$ m.

Vitesse moyenne : $\frac{1}{3-0} \times 9 = 3$ m/s.

Réponse : 9 m parcourus, vitesse moyenne 3 m/s.

8 Une première intégration par parties



Posons $u = x$, $v' = \sin x$, donc $u' = 1$, $v = -\cos x$.

$$\int_0^{\pi} x \sin x \, dx = [-x \cos x]_0^{\pi} + \int_0^{\pi} \cos x \, dx = \pi + [\sin x]_0^{\pi} = \pi + 0.$$

Réponse : π .

9 Intégrale du logarithme



Dérivée : $\ln x + x \cdot \frac{1}{x} - 1 = \ln x$. C'est bien une primitive.

$$\int_1^e \ln x \, dx = [x \ln x - x]_1^e = (e - e) - (0 - 1) = 1.$$

Réponse : 1.

10 Changement de variable rationnel



$du = 2x \, dx$. Les bornes passent de 0 à 3 et de 1 à 4.

$$\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 3} \, dx = \frac{1}{2} \int_3^4 \frac{du}{u} = \frac{1}{2} \ln \frac{4}{3}.$$

Réponse : $\frac{1}{2} \ln \frac{4}{3} \approx 0,144$.

11 Puissance de cosinus



$du = -\sin x \, dx$; bornes : $x = 0 \Rightarrow u = 1$, $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow u = 0$.

$$\int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x \, dx = -\int_1^0 u^2 \, du = \int_0^1 u^2 \, du = \frac{1}{3}.$$

Réponse : $\frac{1}{3}$.

12 Somme de Riemann explicite



$$a) S_4 = \frac{1 + 4 + 9 + 16}{64} = \frac{30}{64} = \frac{15}{32}.$$

$$b) S_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(\frac{k}{n}\right)^2 \text{ est la somme de Riemann de } x \mapsto x^2 \text{ sur } [0; 1], \text{ continue. Donc}$$

$$S_n \rightarrow \int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Réponse : } S_4 = \frac{15}{32} \text{ et } \lim S_n = \frac{1}{3}.$$

13 Décomposition en éléments simples



$$\text{On cherche } \frac{A}{x} + \frac{B}{x+2} : A = \frac{1}{2} \text{ (en } x = 0) \text{ et } B = -\frac{1}{2} \text{ (en } x = -2). \text{ Vérification :}$$
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{(x+2) - x}{x(x+2)} = \frac{1}{x(x+2)}.$$

$$\int_1^3 = \frac{1}{2} \left[\ln \frac{x}{x+2} \right]_1^3 = \frac{1}{2} \left(\ln \frac{3}{5} - \ln \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{2} \ln \frac{9}{5}.$$

$$\text{Réponse : } \frac{1}{2} \ln \frac{9}{5}.$$

14 Convergence de deux intégrales



$$\text{Première : } \int_1^A x^{-3} dx = \frac{1}{2} - \frac{1}{2A^2} \rightarrow \frac{1}{2} : \text{convergente, de valeur } \frac{1}{2} (\alpha = 3 > 1).$$

$$\text{Seconde : } \int_1^A x^{-1/2} dx = 2\sqrt{A} - 2 \rightarrow +\infty : \text{divergente } (\alpha = \frac{1}{2} \leq 1).$$

15 Intégration par parties répétée

★★★★

Première : $u = x^2, v' = e^x : \int_0^1 x^2 e^x dx = [x^2 e^x]_0^1 - 2 \int_0^1 x e^x dx = e - 2J.$

Seconde : $J = \int_0^1 x e^x dx = [x e^x]_0^1 - \int_0^1 e^x dx = e - (e - 1) = 1.$

Réponse : $e - 2 \approx 0,718.$

16 Exponentielle fois sinus

★★★★

Par parties ($u = \sin x, v' = e^x$) : $I = [e^x \sin x]_0^\pi - J = -J.$

Par parties ($u = \cos x, v' = e^x$) : $J = [e^x \cos x]_0^\pi + I = -e^\pi - 1 + I.$

En remplaçant $J = -I$: $-I = -e^\pi - 1 + I$, donc $2I = e^\pi + 1.$

Réponse : $I = \frac{e^\pi + 1}{2}.$

17 Aire du quart de disque

★★★★

$x = \sin t, dx = \cos t dt, t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] ; \sqrt{1 - \sin^2 t} = \cos t$ car $\cos t \geq 0.$

$$\int_0^{\pi/2} \cos^2 t dt = \int_0^{\pi/2} \frac{1 + \cos 2t}{2} dt = \frac{\pi}{4} + \left[\frac{\sin 2t}{4} \right]_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{4}.$$

Réponse : $\frac{\pi}{4}$, l'aire d'un quart de disque de rayon 1.

18 Fraction rationnelle complète

★★★★

On pose $\frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2}$. En $x = 1$: $A = \frac{4}{3}$. En $x = -2$: $B = \frac{-5}{-3} = \frac{5}{3}$. Contrôle :
$$\frac{4(x+2) + 5(x-1)}{3} = \frac{9x+3}{3} = 3x+1.$$

$$\int_2^3 = \frac{4}{3} [\ln(x-1)]_2^3 + \frac{5}{3} [\ln(x+2)]_2^3 = \frac{4}{3} \ln 2 + \frac{5}{3} \ln \frac{5}{4}.$$

Réponse : $\frac{4}{3} \ln 2 + \frac{5}{3} \ln \frac{5}{4}.$

19 Limite d'une somme

★★★

$u_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{1}{1 + k/n}$, somme de Riemann de $f(x) = \frac{1}{1+x}$ sur $[0; 1]$.

$$u_n \rightarrow \int_0^1 \frac{dx}{1+x} = [\ln(1+x)]_0^1 = \ln 2.$$

Réponse : $\ln 2$.

20 Une intégrale généralisée avec une exponentielle

★★★

Pour $A > 0$: par parties, $\int_0^A x e^{-x} dx = [-x e^{-x}]_0^A + \int_0^A e^{-x} dx = -A e^{-A} + 1 - e^{-A}$.

Par croissances comparées, $A e^{-A} \rightarrow 0$ et $e^{-A} \rightarrow 0$.

Réponse : l'intégrale converge et vaut 1.

21 Encadrement et limite

★★★

Pour $x \in [0; 1]$: $\frac{1}{2} \leq \frac{1}{1+x} \leq 1$, donc $\frac{x^n}{2} \leq \frac{x^n}{1+x} \leq x^n$.

Par positivité : $\frac{1}{2(n+1)} \leq a_n \leq \frac{1}{n+1}$, car $\int_0^1 x^n dx = \frac{1}{n+1}$.

Réponse : les deux bornes tendent vers 0, donc $a_n \rightarrow 0$.

Le livre d'exercices corrigés de maths Licence L1

Tout le programme en un seul PDF de 123 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

 Zyro te conseille la suite

 Exercices de maths

Intégration et primitives : exercices de maths Licence L1

 QCM de maths

Intégration et primitives : QCM de maths Licence L1

 Contrôles de maths

Intégration et primitives : contrôle de maths Licence L1

 Exercices de maths

Équations différentielles linéaires : exercices de maths Licence L1

 Exercices de maths

 QCM de maths

Complexes et polynômes : exercices de
maths Licence L1

Équations différentielles linéaires : QCM
de maths Licence L1

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage