

Intégration et primitives : corrigé du contrôle de maths Maths Sup à télécharger en PDF



Le livre de contrôles corrigés de maths Maths Sup

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

Corrigé du contrôle avec le barème détaillé. Compte tes points et repère ce qu'il faut revoir.

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice autorisée seulement quand l'énoncé le précise.

1 Calculs directs

/ 3 pts

a) Une primitive est $2t^{3/2} + \frac{2}{t}$ (1 pt). Donc $I = \left(16 + \frac{1}{2}\right) - (2 + 2) = \frac{25}{2}$ (1 pt).

b) $K = \left[-\cos x + \frac{\sin 2x}{2}\right]_0^{\pi/2} = (0 + 0) - (-1 + 0) = 1$ (1 pt).

2 Intégration par parties

/ 3 pts

On pose $u = (\ln x)^2$ et $v' = 1$, donc $u' = \frac{2 \ln x}{x}$ et $v = x$ (1 pt).

$$J = \left[x(\ln x)^2 \right]_1^e - \int_1^e 2 \ln x \, dx, \text{ et le crochet vaut } e \cdot 1 - 1 \cdot 0 = e \text{ (1 pt).}$$

$$J = e - 2 \times 1 = e - 2 \text{ (1 pt).}$$

3 Changement de variable

/ 3 pts

$x = u^2$, $dx = 2u \, du$, les bornes 1 et 4 deviennent 1 et 2 (1 pt).

$$\frac{dx}{x + \sqrt{x}} = \frac{2u \, du}{u^2 + u} = \frac{2 \, du}{u + 1} \text{ (1 pt).}$$

Donc l'intégrale vaut $\left[2 \ln(u + 1) \right]_1^2 = 2 \ln 3 - 2 \ln 2 = 2 \ln \frac{3}{2}$ (1 pt).

4 Somme de Riemann

/ 3 pts

$$\frac{1}{n + 2k} = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{1 + 2k/n}, \text{ donc } u_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) \text{ avec } f(x) = \frac{1}{1 + 2x} \text{ (1 pt).}$$

f est continue sur $[0; 1]$, donc $u_n \rightarrow \int_0^1 \frac{dx}{1 + 2x}$ (1 pt).

$$\int_0^1 \frac{dx}{1 + 2x} = \left[\frac{1}{2} \ln(1 + 2x) \right]_0^1 = \frac{\ln 3}{2} \text{ (1 pt).}$$

5 Formule de Taylor

/ 3 pts

a) $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + R_3(x)$ avec $R_3(x) = \int_0^x \frac{(x-t)^3}{6} \cos t \, dt$ (1 pt) (les dérivées $f'(0)$ et $f^{(3)}(0)$ sont nulles).

b) Comme $|\cos t| \leq 1$, $|R_3(x)| \leq \left| \int_0^x \frac{|x-t|^3}{6} dt \right| = \frac{x^4}{24}$ (1 pt).

c) Pour $x = 0,2$: $1 - 0,02 = 0,98$ et l'erreur est au plus $\frac{0,0016}{24} \approx 6,7 \times 10^{-5} < 10^{-4}$, donc $0,97993 \leq \cos(0,2) \leq 0,98007$ (1 pt).

6 Équation d'ordre 1

/ 2 pts

Homogène : $y = C e^{2x}$. Pour $y_p = \alpha x + \beta$: $\alpha - 2\alpha x - 2\beta = 4x$, donc $\alpha = -2$ et $\beta = -1$.
Solution générale : $y = C e^{2x} - 2x - 1$ (1 pt).

$y(0) = C - 1 = 1$ donc $C = 2$ et $y(x) = 2e^{2x} - 2x - 1$ (1 pt).

7 Équation d'ordre 2

/ 3 pts

$r^2 - 2r + 5 = 0$, $\Delta = 4 - 20 = -16$, donc $r = 1 \pm 2i$ (1 pt). La solution générale est $y = e^x(A \cos 2x + B \sin 2x)$ (1 pt).

$y(0) = A = 1$. $y'(x) = e^x(A \cos 2x + B \sin 2x) + e^x(-2A \sin 2x + 2B \cos 2x)$, donc $y'(0) = A + 2B = 3$ et $B = 1$: $y(x) = e^x(\cos 2x + \sin 2x)$ (1 pt).

Le livre de contrôles corrigés de maths Maths Sup

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

 Zyro te conseille la suite

 Contrôles de maths

Intégration et primitives : contrôle de maths Maths Sup

 Cours de maths

Intégration et primitives : cours de maths Maths Sup

 QCM de maths

Intégration et primitives : QCM de maths Maths Sup

 Contrôles de maths

Arithmétique et polynômes : contrôle de maths Maths Sup

 Contrôles de maths

 Cours de maths

Groupes, anneaux et corps : contrôle de maths Maths Sup

Arithmétique et polynômes : cours de maths Maths Sup

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage