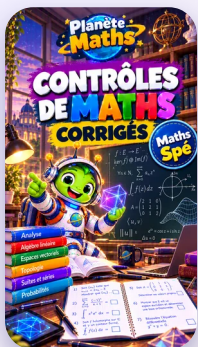


Intégration sur un intervalle quelconque : corrigé du contrôle de maths Maths Spé à télécharger en PDF



Le livre de contrôles corrigés de maths Maths Spé

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigé du contrôle avec le barème détaillé. Compte tes points et repère ce qu'il faut revoir.

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice autorisée seulement quand l'énoncé le précise.

1

Nature et calcul d'intégrales de Riemann

/ 4 pts

- a. $\alpha = \frac{5}{2} > 1$: convergence ; $\int_1^X t^{-5/2} dt = \frac{2}{3}(1 - X^{-3/2}) \rightarrow \frac{2}{3}$. (1,5 pt)
- b. $\alpha = \frac{2}{3} < 1$: convergence ; $\int_0^1 t^{-2/3} dt = [3t^{1/3}]_0^1 = 3$. (1,5 pt)
- c. $\alpha = \frac{4}{3} \geq 1$ en 0 : divergence, car $\int_\varepsilon^1 t^{-4/3} dt = 3(\varepsilon^{-1/3} - 1) \rightarrow +\infty$. (1 pt)

2 Intégrabilité par comparaison

/ 3 pts

- a. f est continue sur $[0, +\infty[$, positive, et $f(t) \sim \frac{t}{t^3} = \frac{1}{t^2}$ en $+\infty$, intégrable : f est intégrable. (1,5 pt)
- b. $t^{3/4}g(t) = t^{1/4}|\ln t| \rightarrow 0$ en 0, donc $g(t) = o(t^{-3/4})$ avec $\frac{3}{4} < 1$: g est intégrable sur $]0, 1]$. (1,5 pt)

3 Fonction Gamma

/ 4 pts

- a. Posons $t = 2u$, $dt = 2du$: $\int_0^{+\infty} (2u)^3 e^{-u} 2 du = 2^4 \Gamma(4) = 16 \times 6 = 96$. (2 pts)
- b. $\int_0^{+\infty} t^{3/2-1} e^{-t} dt = \Gamma(\frac{3}{2}) = \frac{1}{2} \Gamma(\frac{1}{2}) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$. (2 pts)

4 Convergence dominée

/ 3 pts

Limite simple : $\cos(t/n) \rightarrow 1$, donc $f_n(t) \rightarrow e^{-t}$. Domination : $|f_n(t)| \leq e^{-t}$, intégrable. Donc $I_n \rightarrow \int_0^{+\infty} e^{-t} dt = 1$. (1,5 pt)

Calcul exact : $\int_0^{+\infty} e^{(i/n-1)t} dt = \frac{1}{1-i/n}$; partie réelle : $I_n = \frac{1}{1+1/n^2} = \frac{n^2}{n^2+1}$ (1 pt), qui tend bien vers 1 (0,5 pt).

5 Intégration terme à terme

/ 3 pts

Pour $t \in [0, 1]$, $\frac{1}{1-t/3} = \sum_{k \geq 0} \frac{t^k}{3^k}$, termes positifs (1 pt). On intègre terme à terme (cas positif) : $\int_0^1 \frac{t^k}{3^k} dt = \frac{1}{3^k(k+1)}$, d'où l'égalité (1 pt).

Valeur : $\int_0^1 \frac{dt}{1-t/3} = [-3 \ln(1-t/3)]_0^1 = -3 \ln \frac{2}{3} = 3 \ln \frac{3}{2}$, donc

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{3^k(k+1)} = 3 \ln \frac{3}{2} \approx 1,216 \text{ (1 pt).}$$

6

Intégrale à paramètre

/ 3 pts

Dérivée partielle : $-t e^{-xt} \cos t$, dominée sur $[a, +\infty[$ ($a > 0$) par $t e^{-at}$, intégrable. Donc G est C^1 et $G'(x) = -\int_0^{+\infty} t e^{-xt} \cos t \, dt$. (1,5 pt)

Or $G'(x) = \frac{(1+x^2) - 2x^2}{(1+x^2)^2} = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$, nul en $x = 1$ (1 pt). Donc $\int_0^{+\infty} t e^{-t} \cos t \, dt = -G'(1) = 0$. (0,5 pt)

Le livre de contrôles corrigés de maths Maths Spé

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)


Zyro te conseille la suite



Contrôles de maths

Intégration sur un intervalle quelconque :
contrôle de maths Maths Spé



Cours de maths

Intégration sur un intervalle quelconque :
cours de maths Maths Spé

 QCM de maths

Intégration sur un intervalle quelconque :
QCM de maths Maths Spé

 Contrôles de maths

Topologie des espaces vectoriels normés
: contrôle de maths Maths Spé

 Contrôles de maths

Calcul différentiel : contrôle de maths
Maths Spé

 Cours de maths

Topologie des espaces vectoriels normés
: cours de maths Maths Spé

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage