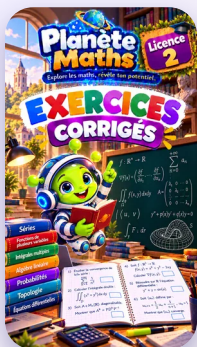


Intégrales généralisées et à paramètre : exercices de maths Licence L2 à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Licence L2

Tout le programme en un seul PDF de 128 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

20 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

1 Une intégrale de Riemann

★★★

Montre que $\int_1^{+\infty} \frac{dt}{t^3}$ converge et calcule sa valeur.

2 Une racine à l'origine

★★★

Montre que $\int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{t}}$ converge et calcule-la.

3 Exponentielle décroissante



Calcule $\int_0^{+\infty} e^{-5t} dt$.

4 Trois intégrales de Riemann



Étudie la convergence de $A = \int_1^{+\infty} \frac{dt}{t^{3/2}}$, $B = \int_1^{+\infty} \frac{dt}{\sqrt{t}}$ et $C = \int_0^1 \frac{dt}{t^{3/2}}$, et calcule A si elle converge.

5 Vrai ou faux



Les affirmations suivantes sont-elles vraies ? Justifie.

- a. Si $f(t) \rightarrow 0$ en $+\infty$, alors $\int_1^{+\infty} f$ converge.
- b. Si f est continue et si $\int_1^{+\infty} |f|$ converge, alors $\int_1^{+\infty} f$ converge.

6 Valeurs de Gamma



Calcule $\Gamma(5)$ et $\Gamma(\frac{7}{2})$, sachant que $\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$.

7 Deux intégrales avec exponentielle



Calcule $\int_0^{+\infty} t e^{-t} dt$ et $\int_0^{+\infty} t^3 e^{-2t} dt$ à l'aide de la fonction Gamma.

8 Logarithme et intégration par parties



Calcule $\int_0^1 \ln t dt$ puis $\int_0^1 t^3 \ln t dt$ (on admet $\varepsilon^k \ln \varepsilon \rightarrow 0$ pour $k > 0$).

9 Arctangente



Montre que $\int_0^{+\infty} \frac{dt}{1+t^2}$ et $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dt}{t^2+4}$ convergent et calcule-les.

10 Comparaison et équivalents



Étudie la nature de $\int_1^{+\infty} \frac{2t+1}{t^3+t+5} dt$, puis de $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-t}}{\sqrt{t}} dt$.

11 Intégrales de Bertrand



Étudie $\int_2^{+\infty} \frac{dt}{t \ln t}$ et $\int_2^{+\infty} \frac{dt}{t(\ln t)^2}$.

12 Semi-convergence



Montre que $\int_1^{+\infty} \frac{\sin t}{t^2} dt$ converge absolument, puis que $\int_1^{+\infty} \frac{\sin t}{t} dt$ converge.

13 Convergence dominée simple



Soit $I_n = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-t}}{1+t/n} dt$. Trouve la limite de I_n .

14 Moments de logarithme



Montre que, pour tout entier $n \geq 0$, $\int_0^1 t^n \ln t dt = -\frac{1}{(n+1)^2}$.

15 Continuité d'une intégrale à paramètre

★★★★

Soit $F(x) = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-xt}}{1+t^2} dt$ pour $x \geq 0$. Montre que F est continue sur $[0; +\infty[$, calcule $F(0)$ et trouve $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$.

16 Dérivation sous le signe intégral

★★★★

Pour $x > 0$, on pose $F(x) = \int_0^{+\infty} e^{-xt} \frac{\sin t}{t} dt$. Montre que F est dérivable, calcule $F'(x)$ puis $F(x)$ et $F(1)$.

17 Gamma et intégrale gaussienne

★★★★

Montre que $\Gamma(x+1) = x \Gamma(x)$ pour $x > 0$. En admettant $\int_0^{+\infty} e^{-u^2} du = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$, montre que $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$, puis calcule $\int_0^{+\infty} u^4 e^{-u^2} du$.

18 Une somme de Basel par intégrale

★★★★

Montre que $\int_0^1 \frac{\ln t}{1-t} dt = -\frac{\pi^2}{6}$, en admettant $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.

19 Un contre-exemple de domination

★★★★

On pose $f_n(t) = n e^{-nt}$ sur $[0; +\infty[$. Calcule $\int_0^{+\infty} f_n$ et $\lim f_n(t)$ pour $t > 0$. Que peut-on dire ? Montre qu'aucune fonction intégrable φ ne domine tous les f_n .

20

Convexité de Gamma

★★★

Admettons que Γ est de classe C^2 sur $]0; +\infty[$ avec $\Gamma''(x) = \int_0^{+\infty} (\ln t)^2 t^{x-1} e^{-t} dt$.

Montre que Γ est strictement convexe, qu'elle admet un unique minimum sur $]0; +\infty[$ atteint en un point $x_0 \in]1; 2[$, et que $\Gamma(x_0) < 1$.

Le livre d'exercices corrigés de maths Licence L2

Tout le programme en un seul PDF de 128 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)**Entraîne-toi : défi express de Licence L2**[Changer de niveau](#)

Niveau : Licence L2

6 questions au hasard, correction tout de suite.

[Lancer le défi](#)**Zyro te conseille la suite**

✓ Exercices corrigés de maths

Intégrales généralisées et à paramètre :
exercices corrigés de maths Licence L2

■ Cours de maths

Intégrales généralisées et à paramètre :
cours de maths Licence L2

🎯 QCM de maths

Intégrales généralisées et à paramètre :
QCM de maths Licence L2

✓ Exercices corrigés de maths

Intégrales doubles et triples : exercices
corrigés de maths Licence L2

✓ Exercices corrigés de maths

Équations différentielles : exercices
corrigés de maths Licence L2

■ Cours de maths

Intégrales doubles et triples : cours de
maths Licence L2

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage