

Intégrales généralisées et à paramètre : corrigé du contrôle de maths Licence L2 à télécharger en PDF



Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L2

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigé du contrôle avec le barème détaillé. Compte tes points et repère ce qu'il faut revoir.

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice autorisée seulement quand l'énoncé le précise.

1 Calculs d'intégrales généralisées

/ 4 pts

- a) $\left[-\frac{1}{3t^3}\right]_1^X \rightarrow \frac{1}{3}$: converge, vaut $\frac{1}{3}$. (1 pt)
- b) $\alpha = \frac{2}{3} < 1$: $\left[3t^{1/3}\right]_0^1 = 3$. (1 pt)
- c) $u = 3t$: $\frac{\Gamma(2)}{9} = \frac{1}{9}$. (1 pt)
- d) $\int_1^X \frac{dt}{t} = \ln X \rightarrow +\infty$: diverge. (1 pt)

2 Nature par comparaison

/ 4 pts

- a) Positive, équivalente à $\frac{3}{t^3}$ en $+\infty$, intégrable ($\alpha = 3 > 1$) : converge. (1,5 pt)
- b) Pour $t \in]0; 1]$, $0 \leq \frac{e^t}{\sqrt{t}} \leq \frac{e}{\sqrt{t}}$, et $\int_0^1 t^{-1/2} dt$ converge : converge. (1,5 pt)
- c) Positive, équivalente à $\frac{1}{t}$ en $+\infty$, non intégrable : diverge. (1 pt)

3 Convergence absolue et par parties

/ 3 pts

- a) $\left| \frac{\cos 2t}{t^2} \right| \leq \frac{1}{t^2}$, intégrable en $+\infty$. (1 pt)
- b) Par parties, $\int_1^X \frac{\cos 2t}{t} dt = \left[\frac{\sin 2t}{2t} \right]_1^X + \int_1^X \frac{\sin 2t}{2t^2} dt$. (1 pt) Le crochet a une limite ($\frac{\sin 2X}{2X} \rightarrow 0$) et la dernière intégrale converge absolument car $\left| \frac{\sin 2t}{2t^2} \right| \leq \frac{1}{2t^2}$. (1 pt)

4 Convergence dominée

/ 4 pts

- a) $e^{-t/n} \rightarrow 1$, donc $g_n(t) \rightarrow 0$. (1 pt)
- b) $0 \leq g_n(t) \leq e^{-t}$, intégrable. (1 pt)
- c) Par convergence dominée, $J_n \rightarrow \int_0^{+\infty} 0 dt = 0$. (1 pt)
- d) $J_n = 1 - \frac{1}{1 + 1/n} = 1 - \frac{n}{n+1} = \frac{1}{n+1} \rightarrow 0$. (1 pt)

5

Intégrale à paramètre

/ 5 pts

a) $|e^{-xt} \cos t| \leq e^{-xt}$, intégrable pour $x > 0$. (1 pt)

b) Sur $[a; +\infty[$ avec $a > 0$, $|e^{-xt} \cos t| \leq e^{-at}$ intégrable ; continuité en x évidente : F est continue. (1 pt)

c) $\int_0^{+\infty} e^{-(x-i)t} dt = \frac{1}{x-i} = \frac{x+i}{x^2+1}$, dont la partie réelle donne $F(x) = \frac{x}{1+x^2}$. (1,5 pt)

d) $\left| \frac{\partial}{\partial x} \right| = |te^{-xt} \cos t| \leq te^{-at}$ pour $x \geq a$, intégrable : F est C^1 et

$F'(x) = - \int_0^{+\infty} te^{-xt} \cos t dt$. Or $F'(x) = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$, nul en $x = 1$:

$\int_0^{+\infty} te^{-t} \cos t dt = 0$. (1,5 pt)

Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L2

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)


Entraîne-toi : défi express de Licence L2

[Changer de niveau](#)

Niveau : Licence L2

6 questions au hasard, correction tout de suite.


[Lancer le défi](#)

 Zyro te conseille la suite

 Contrôles de maths

Intégrales généralisées et à paramètre :
contrôle de maths Licence L2

 Cours de maths

Intégrales généralisées et à paramètre :
cours de maths Licence L2

 QCM de maths

Intégrales généralisées et à paramètre :
QCM de maths Licence L2

 Contrôles de maths

Intégrales doubles et triples : contrôle de
maths Licence L2

 Contrôles de maths

 Cours de maths

Équations différentielles : contrôle de
maths Licence L2

Intégrales doubles et triples : cours de
maths Licence L2

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage